

SPIS RZECZY

Przedmowa	5
Rozdział I. WEKTORY	
§ 1. Pojęcia podstawowe	7
1. Określenie	7
2. Dodawanie wektorów	8
3. Mnożenie wektora przez liczbę	11
§ 2. Kąty i rzuty	12
1. Oś	12
2. Kąty nieorientowane	12
3. Kąty zorientowane	13
4. Miara wektora na osi	15
5. Rzut na prostą w przestrzeni	15
6. Rzut na prostą w płaszczyźnie	17
7. Rzut na płaszczyznę	17
§ 3. Iloczyn skalarowy	19
Rozdział II. SKŁADOWE WEKTORA I WSPÓLRZĘDNE PUNKTU	
§ 4. Składowe wektora i współrzędne punktu na prostej	23
1. Składowe wektora	23
2. Współrzędne punktu	24
§ 5. Składowe wektora i współrzędne punktu na płaszczyźnie	25
1. Zależności między wektorami równoległymi do płaszczyzny	25
2. Składowe wektora na płaszczyźnie	27
3. Współrzędne punktu	28
§ 6. Składowe wektora i współrzędne punktu w przestrzeni	29
1. Zależności między wektorami w przestrzeni	29
2. Składowe wektora w przestrzeni	30
3. Współrzędne punktu w przestrzeni	31
§ 7. Iloczyn skalarowy i długość wektora	32
1. Iloczyn skalarowy i długość wektora na płaszczyźnie	32
2. Iloczyn skalarowy i długość wektora w przestrzeni	34
§ 8. Kąty między wektorami w prostokątnych układach współrzędnych	35
1. Cosinusy kierunkowe na płaszczyźnie	35
2. Cosinusy kierunkowe w przestrzeni	36
3. Kąty między wektorami	37

§ 9. Orientacja układu wektorów	39
1. Orientacja pary wektorów na płaszczyźnie	39
2. Orientacja trójki wektorów w przestrzeni	44
§ 10. Iloczyn wektorowy, objętość czworościanu i pole trójkąta	47
1. Iloczyn wektorowy	47
2. Najprostsze własności	47
3. Składowe iloczynu wektorowego	49
4. Iloczyn mieszany wektorów i objętość czworościanu	50
5. Pole trójkąta	51
§ 11. Równoległość	53
1. Kierunki	53
2. Kierunki na płaszczyźnie	55
§ 12. Inne układy współrzędnych	57
1. Współrzędne biegunowe na płaszczyźnie	57
2. Współrzędne cylindryczne w przestrzeni	59
3. Współrzędne sferyczne w przestrzeni	59
Rozdział III. PROSTA NA PŁASZCZYŹNIE	
§ 13. Równania prostej na płaszczyźnie	61
1. Wstęp	61
2. Równanie ogólne prostej	63
3. Przedstawienie parametryczne prostej	64
4. Równanie kierunkowe	67
5. Równanie odcinkowe	67
§ 14. Kąt między dwiema prostymi w układzie prostokątnym	67
§ 15. Przykłady	69
§ 16. Postać normalna równania prostej	70
§ 17. Pęk prostych na płaszczyźnie	73
Rozdział IV. PŁASZCZYŻNA I PROSTA W PRZESTRZENI	
§ 18. Płaszczyzna w przestrzeni	78
1. Płaszczyzna w dowolnym układzie ukośnokątnym	78
2. Równanie normalne płaszczyzny	81
3. Pęki płaszczyzn	83
4. Płaszczyzna przez trzy punkty	83
§ 19. Prosta w przestrzeni	84
1. Prosta jako krawędź przecięcia dwóch płaszczyzn	84
2. Przedstawienie prostej przez jej rzuty	85
3. Przedstawienie parametryczne prostej	85
4. Przykłady	86
Rozdział V. ZMIANA UKŁADU WSPÓLRZĘDNYCH, IZOMETRIE, PODO-	
BIENSTWA I PRZEKSZTAŁCENIA AFINICZNE	
§ 20. Zmiana układu współrzędnych prostokątnych	89
§ 21. O przekształceniach zbiorów	92

§ 22. Izometrie	95
1. Izometrie na płaszczyźnie	95
2. Izometrie w przestrzeni	99
§ 23. Zmiana układu współrzędnych ukośnokątnych	101
1. Zmiana układu współrzędnych na prostej	101
2. Zmiana układu współrzędnych w przestrzeni i na płaszczyźnie	101
§ 24. Przekształcenia afiniczne	104
1. Przekształcenia afiniczne prostej	104
2. Przekształcenia afiniczne płaszczyzny	106
3. Podobieństwa	111
4. Przekształcenia afiniczne przestrzeni	111
§ 25. O klasyfikacji pojęć i twierdzeń geometrii	112

Rozdział VI. ELEMENTY NIEWŁAŚCIWE I WSPÓLRZĘDNE JEDNORODNE

§ 26. Elementy w nieskończoności	115
§ 27. Współrzędne jednorodne	118
§ 28. Prosta rzutowa na płaszczyźnie	120
§ 29. Płaszczyzna i prosta rzutowa w przestrzeni	123
§ 30. Zmiana układu współrzędnych jednorodnych. Przekształcenia afiniczne przestrzeni rzurowej	126
1. Zmiana układu współrzędnych	126
2. Przekształcenia afiniczne	128
§ 31. Stosunek podziału pojedynczego	129
§ 32. Punkty zespolone	131
1. Punkty zespolone na prostej	131
2. Punkty zespolone na płaszczyźnie i w przestrzeni	134
§ 33. Twory zespolone stopnia pierwszego	134
1. Twory stopnia pierwszego na płaszczyźnie zespolonej	134
2. Pewne przedstawienie parametryczne prostej	136
3. Płaszczyzna i prosta w przestrzeni zespolonej	138
§ 34. Twory algebraiczne	140
1. Twory algebraiczne na prostej	140
2. Twory algebraiczne na płaszczyźnie	142
3. Twory algebraiczne w przestrzeni	145
§ 35. Przykłady płaskich tworów algebraicznych	146
1. Kolo	146
2. Elipsa	147
3. Przykład kubiki	148
4. Przykłady kwartyk	149
5. Cykloidy	151

Rozdział VII. KOŁO

§ 36. Równanie koła	153
§ 37. Wzajemne położenie prostych i kół na płaszczyźnie	155

1. Prosta i koło	155
2. Punkty przecięcia dwóch kół. Prosta potęgowa	155
3. Kąt dwóch kół	158
§ 38. Pęki kół	159
§ 39. Inwersja	162
1. Podstawowe własności inwersji	162
2. Wiernokątność inwersji	164
3. Inwersor	164
§ 40. Rzut stereograficzny	165
§ 41. Punkty cykliczne i koło sferyczne	168
1. Punkty cykliczne	168
2. Koło sferyczne	170

Rozdział VIII. KRZYWE STOPNIA DRUGIEGO I ICH KLASYFIKACJA

§ 42. Geometryczne określenie stożkowych właściwych	172
1. Określenie i najprostsze własności ogniskowe	172
2. Równanie biegunowe stożkowych właściwych	175
3. Stożkowe jako przekroje stożka obrotowego	176
§ 43. Niezmienniki równań stożkowych	177
§ 44. Klasyfikacja metryczna stożkowych	179
§ 45. Klasyfikacja afiniczna stożkowych	184

Rozdział IX. WŁASNOŚCI AFINICZNE STOŻKOWYCH

§ 46. Styczna i biegunowa	188
1. Oznaczenia	188
2. Stożkowa a prosta	188
3. Styczna	190
4. Biegunowa i biegun	192
5. Asymptoty	194
§ 47. Środek i średnice	195
1. Środek	195
2. Średnice	196
3. Równanie pary asymptot	199
4. Środki symetrii stożkowych niewłaściwych	200

Rozdział X. WŁASNOŚCI METRYCZNE STOŻKOWYCH

§ 48. Oś	202
§ 49. Własności metryczne elipsy rzeczywistej	204
1. Ogniska i kierownice	204
2. Twierdzenia Apoloniusza	205
3. Konstrukcje	207
4. Biegunowe	208
5. Normalna	209
6. Wnętrze i zewnątrz	209
7. Pewna własność przekształceń afinicznych	210

§ 50. Własności metryczne hiperboli	211
1. Ogniska i kierownice	211
2. Hiperbola w układzie asymptot	212
3. Hiperbola w układzie średnic sprzężonych	213
4. Wnętrze i zewnętrzne	215
§ 51. Własności metryczne paraboli	215
§ 52. Pełny układ niezmienników	217

Rozdział XI. PRZYKŁADY POWIERZCHNI I KLASYFIKACJA KWADRYK

§ 53. Powierzchnie walcowe, stożkowe i obrotowe	221
1. Powierzchnie walcowe	221
2. Powierzchnie stożkowe	224
3. Powierzchnie obrotowe	225
4. Powierzchnia śrubowa	227
§ 54. Dalsze przykłady kwadryk	228
1. Elipsoida	228
2. Hiperboloida jednopowłokowa	230
3. Hiperboloida dwupowłokowa	232
4. Paraboloidy	233
§ 55. Klasyfikacja kwadryk	236
1. Uwagi wstępne	236
2. Klasyfikacja metryczna kwadryk	239
3. Klasyfikacja afiniczna kwadryk	242

Rozdział XII. WŁASNOŚCI AFINICZNE KWADRYK

§ 56. Płaszczyzna biegunowa	245
1. Oznaczenia	245
2. Płaszczyzna biegunowa	246
3. Środek	249
§ 57. Proste i płaszczyzny styczne	252
1. Płaszczyzna styczna	252
2. Przekrój kwadryki płaszczyzną styczną	254
3. Stożek stycznych	255
4. Stożek asymptotyczny	256
5. Płaszczyzny asymptotyczne	257
§ 58. Prostokreślność kwadryk	258
§ 59. Płaszczyzny średnicowe i średnice	262
1. Płaszczyzny średnicowe	262
2. Proste biegunowo sprzężone	264
3. Średnice	265
4. Równania kwadryk w specjalnych układach współrzędnych	267

Rozdział XIII. WŁASNOŚCI METRYCZNE KWADRYK

§ 60. Kierunki główne. Osie	269
§ 61. Kwadryki obrotowe	271

§ 62. Przekroje kołowe	273
§ 63. Pełny układ niezmienników i uogólnienia twierdzeń Apoloniusza	280
1. Niezmienniki I_1, I_2, I_3, I_4	280
2. Uogólnienia twierdzeń Apoloniusza	281

Rozdział XIV. PODSTAWOWE POJĘCIA GEOMETRII RZUTOWEJ

§ 64. Przekształcenia rzutowe przestrzeni	283
§ 65. Współrzędne rzutowe w przestrzeni	285
§ 66. Współrzędne i przekształcenia rzutowe na płaszczyźnie i na prostej	289
1. Współrzędne i przekształcenia rzutowe na płaszczyźnie	289
2. Współrzędne i przekształcenia rzutowe na prostej	293
3. Przedstawienie parametryczne prostej	294
§ 67. Stosunek anharmoniczny	295
1. Własności podstawowe	295
2. Twierdzenie Pappusa	300
§ 68. Stosunek harmoniczny	303
§ 69. Inwolucje rzutowe na prostej	305

Rozdział XV. WSPÓLRZĘDNE PLÜCKEROWSKIE I DUALIZM

§ 70. Współrzędne plückerowskie prostych	310
1. Współrzędne prostej i równania punktu	310
2. Współrzędne rzutowe prostej w pęku	311
§ 71. Korelacje	315
1. Przekształcenia rzutowe we współrzędnych plückerowskich	315
2. Korelacje płaszczyzn	316
§ 72. Dualizm na płaszczyźnie	317
§ 73. Współrzędne plückerowskie płaszczyzn	319
1. Twory jednowymiarowe	319
2. Korelacje i dualizm przestrzenny	320
§ 74. Twierdzenie Desargues'a o trójkątach	322
§ 75. Czworobok zupełny i czworokąt zupełny	325
§ 76. Twierdzenie Laguerre'a	328

Rozdział XVI. KRZYWE STOPNIA DRUGIEGO I KLASY DRUGIEJ

§ 77. Klasyfikacja rzutowa krzywych stopnia drugiego i klasy drugiej	331
§ 78. Proste styczne i punkty styczności	333
§ 79. Dualizm tworów płaskich stopnia drugiego i klasy drugiej	335
§ 80. Biegunowa i biegun	340
1. Biegunowe we współrzędnych rzutowych	340
2. Trójkąt samobiegunowy	343
§ 81. Przedstawienie parametryczne i pęk stożkowych	345
1. Przedstawienie parametryczne	345
2. Pęk stożkowych	346

§ 82. Twierdzenia i konstrukcje Steinera	349
1. Twierdzenia Steinera	349
2. Konstrukcje Steinera	353
§ 83. Twierdzenie Pascala i Brianchona	354

Rozdział XVII. POWIERZCHNIE STOPNIA DRUGIEGO I KLASY DRUGIEJ

§ 84. Klasyfikacja rzutowa kwadryk	359
§ 85. Powierzchnie klasy drugiej	361
§ 86. Płaszczyzna biegunowa i biegun	364
§ 87. Tworzenie kwadryk przez pęk płaszczyzn	365

Przypis. WYZNACZNIKI, RÓWNANIA LINIOWE I FORMY KWADRATOWE

§ 1. Wyznaczniki i równania liniowe	369
1. Wyznaczniki	369
2. Wzory Cramera	372
3. Rząd macierzy	375
4. Ogólny układ równań liniowych	377
5. Równania jednorodne	379
§ 2. Przekształcenia liniowe i mnożenie macierzy	380
1. Mnożenie macierzy kwadratowych	380
2. Macierz odwrotna	382
3. Mnożenie macierzy prostokątnych	384
§ 3. Formy dwuliniowe i kwadratowe	385
1. Określenia	385
2. Przekształcenia liniowe form kwadratowych	386
3. Sprowadzenie formy kwadratowej do sumy kwadratów	388
4. Twierdzenie o bezwładności form kwadratowych	390
§ 4. Przekształcenia ortogonalne form kwadratowych	393
1. Macierze i przekształcenia ortogonalne	393
2. Przekształcenia ortogonalne form kwadratowych	395

Skorowidz	403
---------------------	-----