



Inhalt

Vorwort 9

Kapitel I Algebraische Strukturen (*Geiß*) 11

Vorbemerkungen 11

Grundlagen 13

Mengen 13 · Abbildungen einer Menge M in eine Menge W 14 · (Zweistellige) Verknüpfungen in einer Menge 16 · (Zweistellige) Relationen in einer Menge 16 · Zeichen 18

Verknüpfungsgebilde 18

Die Kommutativität einer Verknüpfung 20 · Die Assoziativität einer Verknüpfung 21

Die Existenz von neutralen Elementen 22 · Die Existenz von inversen Elementen zu gegebenem Element 23 · Aufgaben 24

Gruppen 26

Beispiele und Gegenbeispiele 27 · Untergruppen 33 · Ordnung von Elementen 34

Zyklische Gruppen 35 · Elementare Gruppen-Eigenschaften 35 · Isomorphie von Gruppen 38 · Aufgaben 41

Überblick zu Algebraischen Strukturen 44

Ring 44 · Körper 45 · Vektorraum 47 · Verband 50 · Zahlen 55

Lösungen der Aufgaben 59

Verknüpfungsgebilde 59 · Gruppen 61

Kapitel II Analysis (*Geiß*) 67

Grundlagen 67

Gebrauch der üblichen Schreib- und Sprechweisen der Mengenlehre 67 · Sicherheit beim Rechnen mit Zahlen und Termen 67 · Anordnung und elementare Ungleichungen 67 · Absolutbetrag 68 · Intervalle und Umgebungen; Häufungspunkte 69 · Obere und untere Schranken 70 · Lückenlosigkeit der reellen Zahlen 70 · Aufgaben 72

Funktionen 73

Reelle Funktionen als Zuordnungen 73 · Graphische Darstellung von Funktionen 75

Trigonometrische Funktionen 77 · Treppenfunktionen 78 · Zweite Definition des Funktionsbegriffes 79 · Beziehungen zwischen Funktionen 80 · Polynomfunktionen; Horner-Schema 82 · Eigenschaften von Funktionen 85 · Aufgaben 86

Grenzwert und Stetigkeit 88

Weitere Beispiele von Funktionen 88 · Geometrische Betrachtungen zum Grenzwert-Begriff 89 · Analytische Fassung des Grenzwert-Begriffs 92 · Sätze über Grenzwerte 93

Aufgaben 95 · Stetigkeit an einer Stelle 95 · Stetigkeit im abgeschlossenen Intervall 97

Aufgaben 100

Differenzierbarkeit 101

Tangentenproblem 101 · Ableitungsfunktion 105 · Andere Zugänge zur Differentialrechnung 108 · Aufgaben 111 · Sätze und Beispiele zur Differentiation 112

Aufgaben 122 · Maxima und Minima bei differenzierbaren Funktionen 123

Aufgaben 130 · Umkehrfunktionen 131 · Aufgaben 136

Integrierbarkeit	136			
Flächenproblem	136 · Das bestimmte Integral	139 · Sätze über bestimmte Integrale	142	
Aufgaben	146 · Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	147		
Logarithmusfunktion und Exponentialfunktion	153 · Beispiele zur Integralrechnung	157		
Aufgaben	164			
Differentialgleichungen	165			
Einführende Beispiele	165 · Richtungsfelder	168 · Zur Lösung einiger Differential-		
gleichungen zweiter Ordnung	172 · Aufgaben	174		
Folgen und Reihen	175			
Unendliche Folgen	175 · Reihen	181 · Aufgaben	184	
Lösungen der Aufgaben	185			
Grundlagen	185 · Funktionen	186 · Grenzwert	189 · Stetigkeit	190 · Differenzierbar-
keit	191 · Integrierbarkeit	195 · Differentialgleichungen	198 · Folgen und Reihen	199
Kapitel III Geometrie und Lineare Algebra (Brauner) 201				
Warum Geometrie und Algebra? – Geometrische Axiome	201			
Euklidische Geometrie und alternative Geometrien	201 · Das Zahlenpaarmodell der			
ebenen euklidischen Geometrie	204			
Analytische Koordinatengeometrie	207			
Einleitung	207 · Das zweidimensionale kartesische Koordinatensystem und die Grund-			
elemente der ebenen Geometrie	207 · Strecken und Flächen	208 · Beispiele und Auf-		
gaben	211 · Geraden und Halbebenen	212 · Beispiele und Aufgaben	219 · Kreise	222
Beispiele und Aufgaben	226 · Dreidimensionale Koordinatengeometrie – ein Ausblick	229		
Vektorielle analytische Geometrie	234			
Einleitung	234 · Der dreidimensionale affine Punktraum	235 · Veranschaulichung der		
vektoralgebraischen Operationen (Beispiele und Aufgaben)	247 · Komponentendar-			
stellung von Vektoren	256 · Beispiele und Aufgaben	257 · Die Erweiterung des affinen		
zum euklidischen Punktraum	259 · Beispiele und Aufgaben	265		
Zusammenhang von Koordinatengeometrie und Vektorgeometrie	268			
Koordinatensystem, Ortsvektoren und Spaltendarstellung von Vektoren	268 · Vektorielle			
Herleitung von Gleichungen der Koordinatengeometrie (Beispiele und Aufgaben)	269			
Weitere Beispiele und Aufgaben aus der Raumgeometrie	269			
Systeme linearer Gleichungen	272			
Vorbemerkungen	272 · Lösungsverfahren und geometrische Veranschaulichung	272		
Weitere geometrische Veranschaulichungen, Beispiele und Aufgaben	286 · Vektorielle			
Behandlung der Systeme linearer Gleichungen	290 · Die Struktur der Lösungsmenge			
linearer Gleichungssysteme	294 · Zusammenfassung und Ergänzung	303 · Beispiele		
praktischer Anwendung von linearen Gleichungssystemen	304			
Systeme linearer Ungleichungen und lineares Optimieren	312			
Lineare Ungleichungssysteme	312 · Lineares Optimieren	319		
Lösungen der Aufgaben	339			
Analytische Koordinatengeometrie	339 · Vektorielle analytische Geometrie	340		
Zusammenhang von Koordinatengeometrie und Vektorgeometrie	342 · Systeme linearer			
Gleichungen	343 · Systeme linearer Ungleichungen und lineares Optimieren	345		

Kapitel IV Stochastik (*Sewerin*) 347

Zufall, Ereignis und Häufigkeit 347

Einleitung 347 · Zufallsversuche und Ergebnismenge 347 · Ereignisse 349 · Relative Häufigkeiten 352 · Aufgaben 354

Wahrscheinlichkeiten 355

Aufgaben 362

Kombinatorik 363

Die vollständige Induktion 364 · Die Summen- und Produktregel der Kombinatorik 366
Geordnete Stichproben mit Zurücklegen 368 · Geordnete Stichproben ohne Zurücklegen 369 · Ungerordnete Stichproben ohne Zurücklegen; s-Teilmengen 370

Aufgaben 373

Mehrstufige Zufallsprozesse 375

Die Pfadregeln 375 · Unabhängige Ereignisse 379 · Aufgaben 381

Bedingte Wahrscheinlichkeiten 383

Definition und Eigenschaften 383 · Totale Wahrscheinlichkeit 386 · Aufgaben 389

Zufallsvariable 390

Wahrscheinlichkeitsverteilungen 390 · Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung 392 · Verknüpfungen von Zufallsvariablen 395 · Die Tschebyschew-Ungleichung 398 · Aufgaben 400

Die Binomialverteilung 402

Bernoulli-Ketten 402 · Die Binomial-Verteilung 403 · Die wahrscheinlichste Anzahl von Erfolgen 406 · Summenwahrscheinlichkeiten 406 · Aufgaben 409

Die Poisson-Verteilung 410

Die Poisson-Näherung 410 · Die Poisson-Verteilung 413 · Aufgaben 415

Die Normalverteilung 415

Stetige Verteilungen 415 · Die Normalverteilung 418 · Binomialverteilung und Normalverteilung 421 · Der Zentrale Grenzwertsatz 426 · Aufgaben 427

Statistische Anwendungen 428

Beschreibende Statistik 428 · Schätzwerte für Mittelwert und Varianz 431 · Vertrauensintervalle für den Mittelwert 433 · Testen von Hypothesen 436 · Der statistische Alternativ-Test 438 · Vier- und Mehrfeldertafeln 440 · Der χ^2 -Test 441 · Aufgaben 444

Lösungen der Aufgaben 447

Zufall, Ereignis und Häufigkeit 447 · Wahrscheinlichkeiten 448 · Kombinatorik 448
Mehrstufige Zufallsprozesse 450 · Bedingte Wahrscheinlichkeiten 451 · Zufallsvariable 452 · Die Binomialverteilung 453 · Die Poisson-Verteilung 453 · Die Normalverteilung 454 · Statistische Anwendungen 455

Register 456