

spis treści

Z przedmowy do wydania rosyjskiego	5
--	---

1. Oś liczbowa i funkcje na osi liczbowej

§ 1. Liczby rzeczywiste i oś liczbowa	7
1. Liczby rzeczywiste	7
2. Oś liczbowa	7
3. Układy liczbowe o zasadzie p	8
4. Zbiory liczb rzeczywistych	10
5. Zbiory ograniczone, kresy górne i dolne	12
6. Teoria liczb niewymiernych	12
§ 2. Funkcje. Ciągi	15
1. Funkcje jednej zmiennej	15
2. Funkcje ograniczone z góry i z dołu	16
3. Funkcje parzyste i nieparzyste	18
4. Funkcje odwrotne	19
5. Funkcje okresowe	20
6. Równania funkcyjne	20
7. Ciągi liczbowe	21
8. Ciągi ograniczone z góry i z dołu	22
9. Największy wyraz ciągu	23
10. Ciągi monotoniczne	23
11. Ciągi podwójne	24
§ 3. Zbieżność	25
1. Punkt skupienia zbioru	25
2. Punkt skupienia ciągu. Granica ciągu	26
3. Podstawowe twierdzenia o granicach	28
4. Niektóre lematy o granicach	29
5. Granica górna i dolna ciągu	29
6. Ciągi równomiernie rozłożone	31
7. Ciągi rekurencyjne	32
8. Symbole $o(x_n)$ i $O(x_n)$	32
9. Granica funkcji	34

10. Ciągłość funkcji lewostronna i prawostronna	34
11. Funkcje ciągłe i nieciągłe	35
12. Ciągi funkcyjne	36
13. Zbieżność jednostajna funkcji	37
14. Zbieżność przeciętna	38
15. Symbole $o(x)$ i $O(x)$	39
16. Funkcje monotoniczne	40
17. Funkcje wypukłe	40

2. Przestrzenie n -wymiarowe i funkcje w przestrzeniach n -wymiarowych

Wstęp	43
§ 1. Przestrzenie n -wymiarowe	44
1. Przestrzeń ciągów n -wymiarowa	45
2. Przestrzeń wektorowa n -wymiarowa	45
3. Iloczyn skalarny	46
4. Układ liniowy, Bazy	47
5. Funkcje liniowe	51
6. Powłoka liniowa	53
7. Ortogonalne układy wektorów	54
8. Dwuortogonalne układy wektorów	56
9. Rzuty wektora na rozmałość	56
§ 2. Zbieżność, funkcje i operatory ciągłe	58
1. Zbieżność w przestrzeni n -wymiarowej	58
2. Szeregi wektorów	61
3. Funkcje ciągłe n zmiennych	62
4. Funkcje okresowe n zmiennych	68
5. Przejście graniczne dla powłok liniowych	69
6. Operatory odwzorowujące E_n w E_m	71
7. Ciągi iterowane	73
8. Zasada odwzorowań zwięzających	75
§ 3. Bryły wypukłe w przestrzeni n -wymiarowej	77
1. Podstawowe określenia	78
2. Funkcje wypukłe	79
3. Bryły wypukłe i normy wektorów	81
4. Hiperpłaszczyzny podpierające	82
5. Funkcje podpierające i przestrzenie dualne	83
6. Podstawowe twierdzenia o hiperpłaszczyznach podpierających	85
7. Związek między bryłami wypukłymi dwoistymi	86
8. Stożek. Stożek styczny	87
9. Twierdzenie Helly'ego	89
10. Operacje liniowe na zbiorach	89

3. Szeregi

Wstęp	91
1. Pojęcia podstawowe	92
2. Niektóre kryteria zbieżności szeregów	94
§ 1. Szeregi liczbowe	96
1. Szeregi z wyrazami o jednakowych i różnych znakach	96
2. Własności szeregów zbieżnych	97
3. Ogólne kryteria zbieżności szeregów o wyrazach dodatnich	97
4. Oszacowania reszt odpowiadające różnym kryteriom zbieżności	99
5. Szczegółne kryteria zbieżności szeregów o wyrazach dodatnich. Oszacowania reszt	100
6. Zbieżność szeregów przemennych	110
7. Iloczyny nieskończone i ich zbieżność	111
8. Szeregi podwójne. Podstawowe pojęcia i definicje	116
9. Niektóre własności szeregów podwójnych	118
10. Niektóre kryteria zbieżności szeregów podwójnych o wyrazach dodatnich. Oszacowania reszt	119
§ 2. Szeregi funkcyjne	124
1. Podstawowe własności i kryteria zbieżności	124
2. Szeregi potęgowe	128
3. Działania na szeregach potęgowych. Szereg Taylora	130
4. Szeregi zespolone	136
5. Szeregi Fouriera trygonometryczne	139
6. Szeregi asymptotyczne	147
7. Pewne metody uogólnionego sumowania szeregów rozbieżnych	150
§ 3. Metody obliczania szeregów	154
1. Elementarne sposoby sumowania dokładnego	154
2. Sumowanie szeregów za pomocą funkcji zmiennej zespolonej	156
3. Sumowanie szeregów za pomocą przekształcenia Laplace'a	158
4. Oszacowania całkowe dla sum skończonych i szeregów nieskończonych	161
5. Przekształcenie Kummera	165
6. Przyspieszanie zbieżności szeregów w zależności od kryterium zbieżności	166
7. Przekształcenie Abela	170
8. Metoda A. M. Kryłowa przyspieszania zbieżności szeregów trygonometrycznych	151
9. Metoda A. S. Maliżewa przyspieszania zbieżności szeregów trygonometrycznych	175

4. Szeregi ortogonalne i układy ortogonalne

Wstęp	178
§ 1. Układy ortogonalne	179
1. Układy ortogonalne funkcji określonych w n punktach	179
2. Układy ortogonalne w przestrzeni $E_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$	180
3. Najlepsze przybliżenie kwadratowe	181
4. Układy ortogonalne funkcji trygonometrycznych	182
§ 2. Ogólne własności układów ortogonalnych i dwuortogonalnych	183
1. Ortogonalność. Iloczyn skalarny (wewnętrzny)	183
2. Układy ortogonalne funkcji Bessela, Haara i innych	187
3. Niezależność liniowa. Proces ortogonalizacji	194
4. Współczynniki Fouriera. Zamkniętość układu	197
5. Szeregi Fouriera względem układu trygonometrycznego	200
6. Układy dwuortogonalne funkcji	202
§ 3. Układy ortogonalne wielomianów	205
1. Zera wielomianów ortogonalnych	207
2. Związki rekurencyjne dla wielomianów ortogonalnych	207
3. Momenty. Wyrażenie wielomianów ortogonalnych przez momenty	208
4. Związek wielomianów ortogonalnych z uławkami łańcuchowymi	209
5. Przekształcenie rozwinięć ortogonalnych w ciąg ułameków aproksymujących	212
6. Wielomiany ortogonalne i wzory kwadratury typu gaussowskiego	214
7. Zamkniętość układu ortogonalnego wielomianów	215
8. Wzór Christoffela. Zbieżność szeregów Fouriera według wielomianów ortogonalnych	215
§ 4. Klasyczne układy wielomianów ortogonalnych	217
1. Równanie różniczkowe Pearsona	217
2. Równanie różniczkowe dla odpowiednich klas wielomianów ortogonalnych	219
3. Wyrażenie wielomianów stopnia n ortogonalnego układu wielomianów za pomocą wagi	220
4. Funkcja tworząca ortogonalnego układu wielomianów z wagą Pearsona	221
5. Wielomiany Legendre'a	222
6. Wielomiany Jacobiego	227
7. Wielomiany Czebyszewa pierwszego rodzaju	230
8. Wielomiany Czebyszewa drugiego rodzaju	237
9. Wielomiany Laguerre'a	240
10. Wielomiany Hermite'a	243
11. Wielomiany Czebyszewa ortogonalne w skończonym układzie punktów	245

5. Ułamki łańcuchowe

Wstęp	248
1. Oznaczenia ułamka łańcuchowego. Podstawowe definicje	248
2. Krótki rys historyczny	249
§ 1. Ułamki łańcuchowe i ich podstawowe własności	249
1. Obliczanie reduktów	249
2. Przekształcenia ułamków łańcuchowych	251
3. Ściąganie i rozszerzanie ułamków łańcuchowych	253
4. Przekształcenie ułamków łańcuchowych wynikające z twierdzenia Stolza	255
5. Własności ułamków łańcuchowych zwykłych	259
6. Ułamki łańcuchowe stowarzyszone i odpowiadające	263
7. Konstrukcja ułamków łańcuchowych odpowiadających. Metoda Wiskowatowa	265
8. Metoda Appela	267
§ 2. Podstawowe kryteria zbieżności ułamków łańcuchowych	269
1. Zbieżność ułamków łańcuchowych	269
2. Warunek konieczny i dostateczny zbieżności ułamka łańcuchowego o dodatnich elementach ogniw (kryterium Seidela)	272
3. Warunki dostateczne zbieżności ułamków łańcuchowych o dodatnich elementach ogniw	273
4. Pierwsza grupa warunków dostatecznych zbieżności	274
5. Kryteria zbieżności ułamków łańcuchowych okresowych w granicy	276
§ 3. Rozwinięcia niektórych funkcji na ułamki łańcuchowe	278
1. Metoda Lagrange'a	278
2. Podstawowe równanie różniczkowe	278
3. Rozwinięcie funkcji wykładniczej na ułamek łańcuchowy	279
4. Rozwinięcie funkcji logarytmicznej na ułamek łańcuchowy	281
5. Rozwinięcie funkcji wykładniczej na ułamek łańcuchowy	281
6. Rozwinięcie funkcji $y = \arctg x$ na ułamek łańcuchowy	282
7. Rozwinięcie funkcji $\int_0^x \frac{dt}{1+t^k}$ na ułamek łańcuchowy	283
8. Rozwinięcie funkcji $\operatorname{tg} x$ i $\operatorname{tgh} x$ na ułamek łańcuchowy	284
9. Rozwinięcie funkcji Pryma na ułamek łańcuchowy	285
10. Rozwinięcie niepełnej funkcji gamma na ułamek łańcuchowy	286
11. Wzór Thielego	287
12. Przybliżenia ułamkowo-wymierne funkcji $\sin x$ i $\sinh x$	288
13. Przybliżenia ułamkowo-wymierne funkcji $\cos x$ i $\cosh x$	289

14. Przybliżenie ułamkowo-wymierne dla całki prawdopodobieństwa	290
15. Przekształcenie szeregu Stirlinga w ułamek łańcuchowy	290
16. Przybliżenie ułamkowo-wymierne funkcji gamma	290
17. Przybliżenie ułamkowo-wymierne logarytmu funkcji gamma	291
18. Przybliżenie ułamkowo-wymierne pochodnej logarytmu funkcji gamma	292
19. Wzór Obreszkowa	293
§ 4. Metoda macierzowa	295
1. Wyciąganie pierwiastka stopnia drugiego za pomocą macierzy stopnia drugiego	295
2. Rozwiązanie równań kwadratowych za pomocą macierzy stopnia drugiego	297
3. Związek metody macierzowej z teorią ułamków łańcuchowych	299
4. Rozwijanie niewymierności kwadratowych na ułamki łańcuchowe nieokresowe za pomocą macierzy kwadratowych stopnia drugiego z elementami zmiennymi	301
5. Wyciąganie pierwiastka dowolnego stopnia wymiernego za pomocą macierzy	302
6. Rozwiązanie równania stopnia trzeciego za pomocą macierzy	305
7. Szeregi rekurencyjne. Metoda Bernoulliego-Eulera	307
8. Związek metody Bernoulliego-Eulera z metodą macierzową	308
9. Rozwiązanie równań wyższych stopni za pomocą macierzy	310
10. Zasada algorytmu Jacobiego	311
 6. Niektóre układy liczb i funkcji	
§ 1. Niektóre stałe oraz układy liczb	313
1. Stałe	313
2. Niektóre układy liczb	325
§ 2. Liczby i wielomiany Bernoulliego i Eulera	332
1. Liczby i wielomiany Bernoulliego	332
2. Liczby i wielomiany Eulera	342
§ 3. Najprostsze funkcje przedziałami liniowe i funkcje typu delta	348
1. Funkcje przedziałami liniowe	348
2. Funkcja delta	354
§ 4. Najprostsze funkcje specjalne	357
1. Całki eliptyczne	357
2. Funkcje całkowe	363
3. Całka prawdopodobieństwa	366
4. Całki Fresnela	370

5. Funkcja gamma Eulera i funkcja beta Eulera	373
6. Funkcje Bessela	389
Bibliografia	398
Skorowidz symboli	401
Skorowidz nazw	405

