

Spis treści

Wykaz oznaczeń	7
Przedmowa	9
WSTĘP	
1. Powtórka wybranych zagadnień ze szkoły średniej	13
1.1. Wartość bezwzględna	13
1.2. Przykłady funkcji odwrotnych. Funkcje cyklometryczne	14
Zadania	21
2. Elementy logiki i teorii zbiorów	23
2.1. Rachunek zdań	23
2.2. Kwantyfikatory	26
2.3. Zbiory: definicje i oznaczenia	28
2.4. Działania na zbiorach	31
2.5. Iloczyn kartezjański zbiorów	32
Zadania	34
ALGEBRA	
3. Liczby zespolone	39
3.1. Definicje i działania na liczbach zespolonych	39
3.2. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych	45
3.3. Postać trygonometryczna liczby zespolonej	47
3.4. Pierwiastek z liczby zespolonej	50
3.5. Postać wykładnicza liczby zespolonej	56
Zadania	57
Odpowiedzi do zadań	58
4. Wielomiany i funkcje wymierne	60
4.1. Wielomiany	60
4.2. Funkcje wymierne	63
Zadania	64
Odpowiedzi do zadań	64

5. Macierze i wyznaczniki	66
5.1. Wstęp	66
5.2. Definicje i podstawowe rodzaje macierzy	68
5.3. Działania na macierzach	70
5.3.1. Równość, dodawanie i odejmowanie macierzy	70
5.3.2. Mnożenie macierzy przez skalar	71
5.3.3. Mnożenie macierzy przez macierz, potęgą macierzy	71
5.4. Macierze transponowane i ortogonalne	74
5.5. Wyznacznik z macierzy	77
5.5.1. Definicja wyznacznika	77
5.5.2. Własności wyznacznika i twierdzenie Laplace'a	80
5.6. Rząd macierzy	86
5.7. Macierz odwrotna	92
5.7.1. Definicja macierzy odwrotnej	92
5.7.2. Własności macierzy odwrotnej	95
Zadania	96
Odpowiedzi do zadań	100
6. Układy równań liniowych	102
6.1. Definicje i oznaczenia	102
6.2. Twierdzenie Cramera	104
6.3. Twierdzenie Kroneckera–Capellego	106
6.4. Praktyczne metody rozwiązywania układu równań liniowych	110
Zadania	117
Odpowiedzi do zadań	118
7. Wartości własne i wektory własne macierzy	120
7.1. Podstawowe definicje i oznaczenia	120
7.2. Definicje wartości i wektorów własnych macierzy	125
7.3. Własności wartości i wektorów własnych macierzy	128
7.4. Twierdzenie Cayleya–Hamiltona	132
Zadania	134
Odpowiedzi do zadań	135
8. Formy hermitowskie i kwadratowe	137
8.1. Formy hermitowskie i kwadratowe określone, półokreślone i nieokreślone	138
8.2. Postać Jacobiego formy kwadratowej	140
8.3. Kryteria określoności form hermitowskich i kwadratowych	145
8.4. Postać kanoniczna form hermitowskich i kwadratowych	150
8.4.1. Metoda Lagrange'a sprowadzania formy kwadratowej (hermitowskiej) do postaci kanonicznej	152
8.4.2. Sprowadzanie formy hermitowskiej (kwadratowej) do postaci kanonicznej przez przekształcenie unitarne (ortogonalne)	159
Zadania	165
Odpowiedzi do zadań	167

GEOMETRIA

9. Geometria analityczna	171
9.1. Geneza geometrii analitycznej	171
9.2. Wektory, kąty i współrzędne	171
9.2.1. Wektory	171
9.2.2. Rzut i współrzędna wektora na osi	173
9.2.3. Kąt zwykły i skierowany	174
9.2.4. Kąty między wektorami	176
9.2.5. Kartezjański układ współrzędnych na płaszczyźnie	177
9.2.6. Wektory na płaszczyźnie	178
9.2.7. Kartezjański układ współrzędnych w przestrzeni	180
9.2.8. Wektory w przestrzeni	181
9.2.9. Współrzędne biegunowe na płaszczyźnie	183
9.2.10. Współrzędne sferyczne w przestrzeni	185
9.2.11. Kombinacja liniowa wektorów	187
9.2.12. Iloczyn skalarny wektorów	191
9.2.13. Iloczyn wektorowy wektorów	192
9.2.14. Iloczyn mieszany trójki wektorów	197
Zadania	200
Odpowiedzi do zadań	202
9.3. Geometria analityczna na płaszczyźnie	203
9.3.1. Wiadomości ogólne o równaniach linii	203
9.3.2. Równania parametryczne linii	203
9.3.3. Punkty wspólne dwóch linii	205
9.3.4. Równanie kierunkowe prostej na płaszczyźnie	205
9.3.5. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty	206
9.3.6. Równanie ogólne prostej na płaszczyźnie	206
9.3.7. Równanie wektorowe i parametryczne prostej na płaszczyźnie	209
9.3.8. Odległość punktu od prostej na płaszczyźnie	211
9.3.9. Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie	212
Zadania	214
Odpowiedzi do zadań	215
9.4. Geometria analityczna w przestrzeni	216
9.4.1. Równania płaszczyzny w przestrzeni	216
9.4.2. Równania prostej w przestrzeni	219
9.4.3. Odległość punktu od prostej i płaszczyzny w przestrzeni	223
9.4.4. Wzajemne położenie płaszczyzn i prostych w przestrzeni	225
9.4.5. Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny	232
9.4.6. Kąt między dwiema płaszczyznami	233
Zadania	234
Odpowiedzi do zadań	238
Literatura	240