

SPIS TREŚCI

Strona

Zamiast wstępu	11
1. Elementy teorii mnogości	13
1.1. Algebra zbiorów	13
1.2. Iloczyny kartezjańskie	15
1.2.1. Potęgi kartezjańskie	16
1.2.2. Relacje	17
1.2.3. Dwa szczególne typy relacji	18
1.3. Zbiór liczb rzeczywistych	19
2. Liczby zespolone	23
2.1. Postać algebraiczna liczb zespolonych	23
2.2. Postać trygonometryczna liczb zespolonych	26
3. Algebra liniowa	30
3.1. Przestrzenie liniowe	30
3.1.1. Przykłady przestrzeni liniowych	33
3.1.2. Podprzestrzenie przestrzeni liniowych.....	34
3.1.3. Przekształcenia liniowe (homomorfizmy)	36
3.1.4. Przestrzenie liniowe generowane.....	37
3.1.5. Liniowa zależność i niezależność wektorów w przestrzeni liniowej	
3.2. Baza i wymiar przestrzeni liniowych	39
3.2.1. Układy wektorów rzędu pełnego	41

3.2.2. Układy wektorów a przekształcenie liniowe	42
3.2.3. Przekształcenia elementarne układów wektorów ...	42
3.3. Zbiory wypukłe i stożki w przestrzeniach liniowych	43
3.4. Przestrzenie euklidesowe	48
3.4.1. Ortogonalność w przestrzeniach euklidesowych ...	50
3.4.2. Związek między ortogonalnością a liniową niezależnością	51
3.5. Przestrzenie metryczne	52
3.5.1. Przykłady metryk w przestrzeniach R^n	53
3.5.2. Otoczenia punktów i kule w przestrzeniach metrycznych.....	54
3.6. Przestrzenie unormowane	55
4. Rachunek macierzowy	58
4.1. Rodzaje macierzy	59
4.2. Działania na macierzach	61
4.2.1. Porównywanie macierzy	61
4.2.2. Transponowanie macierzy	61
4.2.3. Mnożenie macierzy przez liczbę	62
4.2.4. Dodawanie macierzy	62
4.2.5. Mnożenie macierzy	63
4.3. Wyznacznik macierzy	67
4.3.1. Obliczanie wyznaczników macierzy	68
4.3.2. Własności wyznaczników	71
4.4. Macierze odwrotne.....	72
4.4.1. Własności macierzy odwrotnej	74
4.5. Rząd macierzy	74
4.5.1. Związek pomiędzy wyznacznikiem macierzy kwadratowej a rzędem.....	75
4.5.2. Obliczanie rzędu macierzy	76

5. Układy równań liniowych	78
5.1. Układy równań liniowych i ich rozwiązania	78
5.1.1. Twierdzenie Kroneckera - Capellego	80
5.2. Jednorodne układy równań liniowych	81
5.3. Metody rozwiązywania układu równań liniowych	82
5.3.1. Strategie rozwiązywania dowolnych układów równań liniowych	84
5.3.2. Rodzaje rozwiązań układu równań liniowych ...	88
6. Formy liniowe, dwuliniowe i kwadratowe	90
6.1. Określoność form kwadratowych	93
6.2. Badanie określoności form kwadratowych	95
7. Wektory własne i wartości własne macierzy ...	98
7.1. Własności wektorów własnych i wartości własnych	100
8. Podstawy analizy matematycznej w zakresie funkcji jednej zmiennej	102
8.1. Granice funkcji	102
8.1.1. Granice jednostronne	105
8.1.2. Własności granic funkcji jednej zmiennej	106
8.1.3. Asymptoty wykresów funkcji $y = f(x)$	107
8.2. Ciągłość funkcji	109
8.2.1. Własności funkcji ciągłych	110
8.2.2. Jednostronna ciągłość funkcji	112
9. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej .	114
9.1. Pochodne funkcji	115
9.1.1. Interpretacja geometryczna pierwszej pochodnej ...	116

9.1.2. Podstawowe wzory rachunku różniczkowego	118
9.1.3. Własności pierwszej pochodnej	119
9.1.4. Pochodne jednostronne	120
9.1.5. Pochodne wyższych rzędów.....	121
9.2. Różniczki funkcji.....	122
9.2.1. Interpretacja geometryczna różniczki rzędu pierwszego	123
9.2.2. Własności różniczki pierwszego rzędu	124
9.2.3. Różniczki wyższych rzędów	124
9.3. Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego	125
9.3.1. Twierdzenia o własnościach funkcji różniczkowalnych	125
9.3.2. Reguła de l'Hospitala	127
9.3.3. Wzór Taylora	128
9.4. Zastosowanie rachunku różniczkowego do badania przebiegu zmienności funkcji.....	131
9.4.1. Monotoniczność funkcji	131
9.4.2. Ekstrema funkcji	132
9.4.3. Wypukłość funkcji	135
9.4.4. Punkty przegięcia wykresu funkcji	137
9.5. Niektóre charakterystyki zmienności funkcji.....	139

10. Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej ____ 141

10.1. Całka nieoznaczona	141
10.1.1. Podstawowe wzory rachunku całkowego dotyczące całek nieoznaczonych	143
10.1.2. Ogólne własności całki nieoznaczonej	144
10.1.3. Metody całkowania funkcji	145
10.2. Całka oznaczona	146
10.2.1. Interpretacja geometryczna sumy Riemanna	148
10.2.2. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej . . .	150
10.2.3. Warunki istnienia całki oznaczonej Riemanna . .	150

10.2.4. Związek całki oznaczonej z funkcją pierwotną i całką nieoznaczoną	
10.2.5. Podstawowe twierdzenia rachunku całkowego dotyczące całki oznaczonej	152
10.3. Całki niewłaściwe	155
10.4. Całka jako funkcja granicy całkowania	156
10.5. Całka Stieltjesa	157
10.5.1. Własności całki Stieltjesa.....	159
11. Szeregi	161
11.1. Szeregi liczbowe.....	161
11.1.1. Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach dodatnich.....	162
11.1.2. Działania na szeregach liczbowych.....	165
11.1.3. Szeregi liczbowe o wyrazach dowolnych	165
11.1.4. Szeregi naprzemienne	166
11.1.5. Sumy niektórych szeregów liczbowych	167
11.2. Ciągi i szeregi funkcyjne	167
11.2.1. Rodzaje zbieżności ciągów funkcyjnych	168
11.2.2. Szeregi funkcyjne.....	170
11.2.3. Twierdzenia o różniczkowaniu i całkowaniu szeregów funkcyjnych	171
11.3. Szeregi potęgowe	173
12. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych	175
12.1. Funkcje wielu zmiennych.....	175
12.2. Pochodne funkcji wielu zmiennych	177
12.2.1. Pochodne cząstkowe wyższych rządów funkcji wielu zmiennych	181
12.3. Różniczki funkcji wielu zmiennych	186

12.3.1. Zastosowanie różniczek pierwszego rzędu do obliczeń przybliżonych funkcji wielu zmiennych .	188
12.3.2. Różniczki wyższych rzędów	189
12.4. Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych.....	191
12.4.1. Wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych . . .	191
12.4.2. Wypukłość funkcji wielu zmiennych.....	192
12.5. Ekstrema funkcji wielu zmiennych	193
12.5.1. Ekstrema bezwarunkowe	193
12.5.2. Największa i najmniejsza wartość funkcji wielu zmiennych w zbiorze $A \subset R^n$	196
12.5.3. Ekstrema warunkowe funkcji wielu zmiennych	197
12.6. Pochodne kierunkowe funkcji wielu zmiennych	203
12.7. Różniczkowanie funkcji wektorowych wielu zmiennych	204
12.8. Różniczkowanie form liniowych, dwuliniowych i kwadratowych	206

13. Rachunek całkowy funkcji wielu zmiennych (całki wielokrotne) 208

13.1. Całki podwójne	208
13.1.1. Określenie całki podwójnej	211
13.1.2. Zagadnienie istnienia całki podwójnej	213
13.1.3. Własności całki podwójnej	215
13.1.4. Metody obliczania całek podwójnych.....	217
13.1.5. Niewłaściwe całki podwójne	218
13.2. Całki potrójne i wielokrotne	218
13.2.1. Metody obliczania całki potrójnej	220
13.2.2. Całki wielokrotne (krotności większej niż 3) . . .	221
13.3. Całki wielokrotne jako funkcje granic całkowania	222

Literatura 225