

SPIS TREŚCI

Wstęp	5
<i>Część pierwsza: Wprowadzenie. Pojęcia ogólne</i>	9
1. Języki formalne	9
2. Interpretacje języków formalnych. Teoria modeli	11
3. Aparaty dedukcyjne. Systemy formalne. Teoria dowodu	12
4. „Syntaktyczny”, „semantyczny”	13
5. Metateoria. Metateoria logiki	14
6. Użycie i wymienienie. Język przedmiotowy i metajęzyk. Dowody w systemie formalnym i dowody o systemie formalnym. Twierdzenia i metatwierdzenia	14
7. Pojęcie metody efektywnej w logice i w matematyce	17
8. Zbiory rozstrzygalne	19
9. Jedno-jednoznaczna odpowiedniość. Posiadanie tej samej liczby kardynalnej. Posiadanie większej (mniejszej) liczby kardynalnej niż	19
10. Zbiory skończone. Zbiory przeliczalne nieskończone. Zbiory przeliczalne. Zbiory nieprzeliczalne	20
11. Dowód nieprzeliczalności zbioru wszystkich podzbiorów zbioru liczb naturalnych	23
12. Ciągi. Enumeracje. Efektywne enumeracje	26
13. Kilka twierdzeń o zbiorach nieskończonych	28
14. Nieformalny dowód niezupełności każdego finitystycznego systemu formalnego pełnej teorii liczb naturalnych	29
Dodatek 1: Intuicyjna teoria zbiorów nieskończonych i pozaskończonych liczb kardynalnych	31
<i>Część druga: Prawdziwościowa logika zdań</i>	40
15. Funkcje	40
16. Funkcje prawdziwościowe	42
17. Język formalny dla prawdziwościowej logiki zdań: język P	47
18. Konwencje: 1. Co do cudzysłowów 2. Co do pomijania nawiasów	48
19. Semantyka dla P . Definicje: interpretacji języka P , prawdy i fałszu dla danej interpretacji P , modelu formuły i zbioru formuł w P , logicznej poprawności formuły w P , teoriomodelowej niesprzeczności formuły i zbioru formuł w P , konsekwencji semantycznej dla formuł w P , tautologii w P	49
20. Kilka własności pojęcia $\models_P$. Twierdzenie o interpolacji dla P	53
21. Wyrażanie funkcji prawdziwościowych w P . Adekwatne zbiory spójników	54
22. Aparat dedukcyjny dla P : system formalny PS . Definicje: dowodu w PS , twierdzenia w PS ,	

derywacji w PS , syntaktycznej konsekwencji w PS , teorioidowodowo niesprzecznego zbioru formuł w PS	61
23. Kilka własności pojęcia $\vdash_{PS}$	66
24. Pojęcia niesprzeczności	66
25. Dowód niesprzeczności systemu PS	67
26. Twierdzenie o dedukcji dla PS	71
27. Uwaga o dowodach przez indukcję matematyczną	74
28. Kilka teoriomodelowych metatwierdzeń o PS	77
29. Pojęcia zupełności semantycznej. Znaczenie, jakie ma dla logiki dowód adekwatności i semantycznej zupełności formalnego systemu prawdziwościowej logiki zdań	78
30. Szkic Posta dowodu semantycznej zupełności formalnego systemu prawdziwościowej logiki zdań	80
31. Dowód semantycznej zupełności systemu PS metodą Kalmára	81
32. Dowód semantycznej zupełności systemu PS metodą Henkina	89
33. Pojęcia zupełności syntaktycznej. Dowód syntaktycznej zupełności (w jednym ze znaczeń) systemu PS	98
34. Dowód rozstrzygalności systemu PS . System rozstrzygalny a formuła rozstrzygalna. Definicja efektywnej procedury dowodowej	100
35. Rozszerzenie pojęcia interpretacji języka P . Skończone słabe modele i skończone mocne modele	101
36. Dowód niezależności trzech schematów aksjomatów w PS	102
37. Formalizacja prawdziwościowej logiki zdań: system AB Andersona i Belnapa	106
Część trzecia: Logika predykatów pierwszego rzędu: niesprzeczność i zupełność	114
38. Język formalny dla logiki predykatów pierwszego rzędu: język Q . Języki Q^+	114
39. Semantyka dla Q (oraz Q^+). Definicje: interpretacji Q (Q^+), spełniania formuły przez przeliczalny nieskończony ciąg przedmiotów, spełnialności, równoczesnej spełnialności, prawdziwości dla danej interpretacji języka Q (Q^+), modelu formuły (zbioru formuł) w Q (Q^+), logicznie poprawnej formuły w Q (Q^+), konsekwencji semantycznej (dla formuł w Q (Q^+)), <i>k</i> -poprawności	117
40. Kilka teoriomodelowych metatwierdzeń o Q (i Q^+)	125
41. Aparat dedukcyjny dla Q : system formalny QS . Definicje: dowodu w QS , twierdzenia w QS , derywacji w QS , konsekwencji syntaktycznej w QS , syntaktycznie (teorioidowodowo) niesprzecznego zbioru w QS	137
42. Dowód niesprzeczności systemu QS	139
43. Kilka metatwierdzeń o QS	140
44. Teorie pierwszego rzędu	142
45. Kilka metatwierdzeń o dowolnych teoriach pierwszego rzędu. Zupełność negacyjna. Domknięte teorie pierwszego rzędu. Twierdzenie Löwenheima-Skolema. Twierdzenie o zwartości	143
46. Dowód semantycznej zupełności systemu QS	160
47. System formalny logiki predykatów pierwszego rzędu z identycznością: system $QS=$. Dowód niesprzeczności $QS=$. Modele normalne. Dowód adekwatności $QS=$	161
48. Izomorfizm modeli. Kategoryczność. Modele niestandardowe	164
49. Filozoficzne implikacje niektórych metatwierdzeń	168
50. Formalny system pierwszego rzędu logiki predykatów monadycznych: system QS^M . Dowody niesprzeczności, semantycznej zupełności i rozstrzygalności	170
Część czwarta: Logika predykatów pierwszego rzędu: nierozstrzygalność	176
51. Kilka twierdzeń dotyczących nierozstrzygalności	176
52. Teza Churcha (1935). Twierdzenie Churcha (1936)	185
53. Funkcje rekurencyjne. Zbiory rekurencyjne	186

54. Reprezentacja, mocna reprezentacja i definiowalność funkcji w systemie formalnym	188
55. System formalny arytmetyki: system H	189
56. Dowód nierozstrzygalności systemu H	191
57. Dowód nierozstrzygalności systemu QS = . Nierozstrzygalność systemu QS	201
58. Rozstrzygalne podzbiory logicznie poprawnych formuł w Q . Preneksyjna postać normalna. Skolemowa postać normalna. Dwa twierdzenia negatywne	202
59. Uzupełnienia: 1. Poprawność logiczna a dziedzina pusta. 2. Omega-sprzeczność i omega-niezupełność. 3. Twierdzenie Gödla. 4. Aksjomat wyboru. 5. Zbiory rekurencyjnie enumerowalne	205
Dodatek 2: Zestawienie głównych wyników badań metateoretycznych na temat teorii pierwszego rzędu.	208
Bibliografia	210