

SPIS RZECZY

Od Wydawnictwa	5
--------------------------	---

CZĘŚĆ PIERWSZA

ARYTMETYKA LICZB NATURALNYCH, CAŁKOWITYCH I WYMIERNYCH

Rozdział I. Teoria liczb naturalnych

§ 1. Liczby naturalne i ich własności	7
§ 2. Aksjomatyka Peano i najprostsze wnioski	11
§ 3. Dodawanie liczb naturalnych i jego własności	13
§ 4. Mnożenie liczb naturalnych i własności mnożenia	16
§ 5. Odejmowanie liczb naturalnych. Uporządkowanie zbioru N	18
§ 6. Dodawanie i mnożenie nierówności	21
§ 7. Nieelementarne własności liczb naturalnych równoważne aksjomatowi indukcji	22
§ 8. Definicje indukcyjne	25
§ 9. Własności potęgowania i dzielenia z resztą	30
§ 10. Rozkład danej liczby naturalnej według innej liczby naturalnej. Uwagi historyczne	32
§ 11. Modele aksjomatyki Peano	35
§ 12. Kategorieczność i jednoprzekształcalność aksjomatyki Peano	36
§ 13. Modele liczebnikowe i algorytmiczność działań rekurencyjnych	38
§ 14. Model teoriomnogościowy	40
§ 15. Uwagi metodologiczne	43
	48

Rozdział II. Liczby całkowite i wymierne

§ 1. Działania i ich własności	51
§ 2. Moduł działania, prawo skreślenia, działania odwrotne	53
§ 3. Izomorfizm i rozszerzanie działań	55
§ 4. Rozszerzenia z warunkami pobocznymi. Niektóre rozszerzenia liczb naturalnych	59
§ 5. Konstrukcja liczb całkowitych i liczb wymiernych	64
§ 6. Liczby wymierne jako rozszerzenie liczb całkowitych	69
§ 7. Aksjomatyka liczb całkowitych	71
§ 8. Aksjomatyka liczb wymiernych	75

CZĘŚĆ DRUGA
ELEMENTY TEORII LICZB

Rozdział III. Własności liczb całkowitych

§ 1. Podzielność liczb całkowitych	81
§ 2. Liczby względnie pierwsze	85
§ 3. Liczby pierwsze	86
§ 4. Liczby złożone; ich rozkład na czynniki pierwsze	102
§ 5. Postać i ilość dzielników liczb naturalnych	104
§ 6. Wyznaczanie największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności za pomocą rozkładu na czynniki pierwsze.	107
§ 7. Algorytm Euklidesa	109
§ 8. Równania nieoznaczone pierwszego stopnia o dwóch lub więcej niewiadomych	112
§ 9. Suma dzielników liczby naturalnej	121
§ 10. Liczby doskonałe	122
§ 11. Równanie Pitagorasa	127
§ 12. Funkcja Gaussa $\varphi(n)$	133

Rozdział IV. Kongruencje, ich zastosowania i zasadnicze własności

§ 1. Kongruencje	138
§ 2. Cechy podzielności przez 3, 9, 11, 7 i 13	141
§ 3. Twierdzenie Eulera i Fermata	143
§ 4. Rozwiązywanie kongruencji	148
§ 5. Kongruencje stopnia pierwszego	151
§ 6. Reszty i niereszty kwadratowe	152
§ 7. Twierdzenie Lagrange'a o liczbie pierwiastków kongruencji	154
§ 8. Twierdzenie Wilsona.	156
§ 9. Twierdzenie Eulera o resztach kwadratowych	157
§ 10. Twierdzenie Fermata o rozkładach liczb pierwszych postaci $4k+1$ na sumę dwóch kwadratów	159
§ 11. Twierdzenie Langrange'a o rozkładach liczb naturalnych na sumę czterech kwadratów	163
§ 12. Twierdzenie Waringa	168
§ 13. Pierwiastki pierwotne i wskaźniki.	169

CZĘŚĆ TRZECIA
ARYTMETYKA LICZB NIEWYMIERNYCH

Rozdział V. Liczby rzeczywiste

§ 1. Ciągi nieskończone	183
§ 2. Ciągi rosnące i malejące	186
§ 3. Ciągi ograniczone	188
§ 4. Własności ciągu, zachodzące poczynając od pewnego miejsca	189
§ 5. Definicja granicy ciągu	191
§ 6. Warunek Cauchy'ego	195
§ 7. Ciąg podstawowy nie mający wymiernej granicy	198

§ 8. Liczby niewymierne	201
§ 9. Suma i różnica dwóch liczb rzeczywistych	202
§ 10. Własności sumy liczb rzeczywistych	204
§ 11. Suma a różnica	205
§ 12. Liczby rzeczywiste dodatnie i ujemne	207
§ 13. Nierówności dla liczb rzeczywistych	210
§ 14. Wzajemne położenie liczb wymiernych i niewymiernych	211
§ 15. Liczby rzeczywiste jako granice ciągów o wyrazach wymiernych	214
§ 16. Dodawanie nierówności	215
§ 17. Wartość bezwzględna i jej własności	217
§ 18. Iloczyn liczb rzeczywistych	220
§ 19. Własności iloczynu	222
§ 20. Mnożenie nierówności	225
§ 21. Iloraz liczb rzeczywistych	226
§ 22. Rozwijanie liczb rzeczywistych na ułamki o danej zasadzie numeracji	230
§ 23. Ciągłość zbioru liczb rzeczywistych	236
§ 24. Aksjomatyka liczb rzeczywistych	240
§ 25. Nieprzeliczalność zbioru liczb rzeczywistych	241
§ 26. Pierwiastki arytmetyczne	242
§ 27. Rozwijanie liczb rzeczywistych na ułamki łańcuchowe	245
§ 28. Prawo najlepszego przybliżenia	249
§ 29. Przykłady rozwinięć na ułamki łańcuchowe pierwiastków kwadrato- wych z liczb naturalnych	251

Rozdział VI. Liczby zespolone. Kwanterniony

§ 1. Liczby zespolone	255
§ 2. Liczby rzeczywiste jako szczególny przypadek liczb zespolonych	257
§ 3. Liczba i	257
§ 4. Postać trygonometryczna liczb zespolonych	259
§ 5. Kwanterniony	259
§ 6. Kwanterniony sprzężone. Norma kwaternionu	263
§ 7. Działania odwrotne	264
§ 8. Skalar, wektor, moduł. Postać trygonometryczna kwaternionu	265
§ 9. Liczby n -jednostkowe	267

Skorowidz nazw	268
--------------------------	-----