

SPIS TREŚCI

ZADANIA	11
1. Liczby rzeczywiste	13
Wybrane wzory	13
Zadania rozwiązane krok po kroku	15
Zadania zamknięte	15
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	25
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	30
Zadania do samodzielnego rozwiązania	33
2. Wyrażenia algebraiczne	35
Wybrane wzory	35
Zadania rozwiązane krok po kroku	36
Zadania zamknięte	36
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	45
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	49
Zadania do samodzielnego rozwiązania	53
3. Równania i nierówności	55
Wybrane wzory	55
Zadania rozwiązane krok po kroku	57
Zadania zamknięte	57
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	66
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	72
Zadania do samodzielnego rozwiązania	75
4. Funkcje	77
Wybrane wzory	77
Zadania rozwiązane krok po kroku	79
Zadania zamknięte	79
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	89
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	94
Zadania do samodzielnego rozwiązania	98
5. Ciągi liczbowe	100
Wybrane wzory	100
Zadania rozwiązane krok po kroku	101
Zadania zamknięte	101
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	111
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	116
Zadania do samodzielnego rozwiązania	121
6. Funkcje trygonometryczne	123
Wybrane wzory	123
Zadania rozwiązane krok po kroku	124
Zadania zamknięte	124
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	133
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	139
Zadania do samodzielnego rozwiązania	142

7. Planimetria	144
Wybrane wzory	144
Zadania rozwiązane krok po kroku	146
Zadania zamknięte	146
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	157
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	162
Zadania do samodzielnego rozwiązania	166
8. Geometria analityczna	168
Wybrane wzory	168
Zadania rozwiązane krok po kroku	169
Zadania zamknięte	169
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	179
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	185
Zadania do samodzielnego rozwiązania	191
9. Stereometria	193
Wybrane wzory	193
Zadania rozwiązane krok po kroku	195
Zadania zamknięte	195
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	205
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	211
Zadania do samodzielnego rozwiązania	215
10. Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki	217
Wybrane wzory	217
Zadania rozwiązane krok po kroku	218
Zadania zamknięte	218
Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi	226
Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi	231
Zadania do samodzielnego rozwiązania	236
TEORIA	239
1. Liczby rzeczywiste	241
1.1. Zbiory	241
1.1.1. Zbiory i działania na zbiorach	241
1.1.2. Własności działań na zbiorach	241
1.2. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory	242
1.2.1. Liczby naturalne	242
1.2.2. Liczby całkowite	242
1.2.3. Liczby wymierne	243
1.2.4. Liczby niewymierne	243
1.2.5. Liczby rzeczywiste	243
1.2.6. Cztery podstawowe działania arytmetyczne	244
1.2.7. Prawa działań arytmetycznych	244
1.2.8. Ilustracja graficzna na diagramach Venna	244
1.3. Potęgowanie i pierwiastkowanie	245
1.3.1. Definicja potęgi	245
1.3.2. Prawa działań na potęgach	245
1.3.3. Definicja pierwiastka n -tego stopnia z liczby a	245
1.3.4. Prawa działań na pierwiastkach	245
1.4. Przedziały na osi liczbowej	246
1.4.1. Oś liczbową	246

1.4.2. Przedziały liczbowe	246
1.4.3. Rodzaje przedziałów liczbowych	246
1.5. Wartość bezwzględna i jej interpretacja geometryczna	247
1.5.1. Definicja wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej	247
1.5.2. Podstawowe własności wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej	247
1.5.3. Interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej	247
1.5.4. Wartość bezwzględna jako odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej	247
1.5.5. Zbiory na osi liczbowej opisane równaniami i nierównościami z wartością bezwzględną	248
1.6. Obliczanie przybliżonych wartości liczbowych z określoną dokładnością	248
1.6.1. Błąd przybliżenia i jego rodzaje	248
1.6.2. Zasady zaokrąglania ułamków dziesiętnych	249
1.6.3. Obliczenia procentowe – trzy typy zadań na procenty	249
1.7. Logarytm i jego własności	250
1.7.1. Pojęcie logarytmu	250
1.7.2. Własności logarytmu	251
2. Wyrażenia algebraiczne	252
2.1. Wielomiany i działania na nich	252
2.1.1. Wprowadzenie pojęcia wielomianu	252
2.1.2. Definicja wielomianu stopnia n jednej zmiennej rzeczywistej	252
2.1.3. Działania na wielomianach	253
2.2. Wzory skróconego mnożenia	254
2.3. Wyrażenia wymierne	254
3. Równania i nierówności	255
3.1. Równania i nierówności liniowe	255
3.1.1. Równania i nierówności liniowe (I stopnia, $a \neq 0$)	255
3.1.2. Układy równań liniowych (I stopnia, $a \neq 0$ lub $b \neq 0$) z dwiema niewiadomymi	255
3.1.3. Rodzaje układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi	256
3.2. Równania i nierówności kwadratowe	257
3.2.1. Równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą (II stopnia, $a \neq 0$)	257
3.2.2. Równania i nierówności kwadratowe niepełne ($b = 0$ lub $c = 0$)	258
3.2.3. Układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem kwadratowym	260
3.3. Równania wielomianowe	261
3.4. Równania wymierne	261
3.4.1. Definicja równania wymiernego	261
3.4.2. Przykłady równań wymiernych	261
4. Funkcje	262
4.1. Funkcja, jej wykres i własności	262
4.1.1. Wprowadzenie pojęcia funkcji	262
4.1.2. Definicja funkcji	262
4.1.3. Sposoby określania funkcji liczbo-liczbowej (liczbowej)	263
4.1.4. Wykres funkcji	263
4.1.5. Podstawowe własności funkcji	264
4.1.6. Interpretacja graficzna podstawowych własności funkcji (por. 4.4.2.)	265
4.2. Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż obu osi układu współrzędnych	266
4.3. Wybrane przekształcenia wykresu funkcji	267
4.4. Zastosowanie funkcji do modelowania zjawisk oraz interpretowanie zjawisk na podstawie wykresów i modeli	267
4.4.1. O modelowaniu zjawisk z otaczającej rzeczywistości	267
4.4.2. Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu (por. 4.1.6.)	269
4.5. Funkcja liniowa	270

4.6. Funkcja kwadratowa	270
4.7. Funkcja wymierna $y = \frac{a}{x}$	274
4.7.1. Definicja funkcji wymiernej	274
4.7.2. Przykłady funkcji wymiernych	274
4.8. Funkcja wykładnicza	274
4.8.1. Definicja funkcji wykładniczej	274
4.8.2. Własności funkcji wykładniczej	275
4.8.3. Wykres funkcji wykładniczej	275
5. Ciagi liczbowe	276
5.1. Podstawowe własności ciągów	276
5.1.1. Sposoby określania ciągu	276
5.1.2. Wykres ciągu	276
5.1.3. Monotoniczność ciągu	276
5.1.4. Suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n)	276
5.2. Ciąg arytmetyczny	277
5.2.1. Definicja ciągu arytmetycznego	277
5.2.2. Wyznaczanie ciągu arytmetycznego	277
5.2.3. Monotoniczność ciągu arytmetycznego	277
5.2.4. Ważne wzory dla ciągu arytmetycznego	277
5.3. Ciąg geometryczny	277
5.3.1. Definicja ciągu geometrycznego	277
5.3.2. Wyznaczanie ciągu geometrycznego	278
5.3.3. Monotoniczność ciągu geometrycznego	278
5.3.4. Ważne wzory dla ciągu geometrycznego	278
5.4. Procent składany	279
5.4.1. Niektóre podstawowe pojęcia matematyki finansowej	279
5.4.2. Procent prosty i składany	279
6. Funkcje trygonometryczne	280
6.1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym	280
6.1.1. Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego	280
6.1.2. Wartości funkcji trygonometrycznych wybranych kątów	280
6.1.3. Najprostsze tożsamości trygonometryczne	280
6.1.4. Typy elementarnych równań trygonometrycznych	281
7. Planimetria	282
7.1. Figury płaskie	282
7.1.1. Okrąg i koło	282
7.1.2. Rodzaje kątów	283
7.1.3. Podział trójkątów	284
7.1.4. Zależności w trójkącie	284
7.1.5. Odcinki i proste w trójkącie	284
7.1.6. Podział czworokątów	286
7.1.7. Wysokość czworokąta	286
7.1.8. Twierdzenia dotyczące wielokątów foremnych	287
7.1.9. Wzajemne położenia wybranych figur geometrycznych na płaszczyźnie	287
7.2. Związki miarowe w figurach płaskich	288
7.2.1. Pola i obwody wybranych figur płaskich	288
7.2.2. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym	289
7.3. Symetrie na płaszczyźnie jako przekształcenia geometryczne płaszczyzny	290
7.3.1. Symetria osiowa	290
7.3.2. Symetria środkowa	290

7.3.3. Przystawianie figur (trójkątów)	290
7.3.4. Podobieństwo figur (trójkątów)	291
7.3.5. Zagadnienia związane z symetrias	292
7.4. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem trójkątów	294
7.4.1. Pojęcia pomocnicze	294
7.4.2. Twierdzenie Talesa	294
7.4.3. Wnioski z twierdzenia Talesa	295
7.4.4. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa	295
7.4.5. Związek twierdzenia Talesa z podobieństwem trójkątów	295
8. Geometria analityczna	296
8.1. Odległość dwóch punktów na płaszczyźnie	296
8.2. Analityczny opis prostej	296
8.2.1. Równanie kierunkowe prostej	296
8.2.2. Równanie ogólne prostej	296
8.2.3. Równanie prostej przechodzącej przez dwa różne dane punkty	297
8.2.4. Warunki prostokątności ($\perp$) i równoległości ($\parallel$) pary prostych o danych równaniach	297
8.2.5. Wzajemne położenie pary prostych na płaszczyźnie w ujęciu syntetycznym i analitycznym	298
8.3. Okrąg i koło we współrzędnych	298
8.3.1. Równanie okręgu	298
8.3.2. Różne postacie równań okręgu	298
9. Stereometria	299
9.1. Figury przestrzenne i ich podział	299
9.1.1. Podział figur przestrzennych	299
9.1.2. Definicje niektórych wielościanów i ważniejszych pojęć związanych z wielościanami	299
9.1.3. Graniastosłupy i ostrosłupy	300
9.1.4. Bryły obrotowe (figury obrotowe)	301
9.1.5. Szczególne kąty w bryłach	302
9.2. Związki miarowe w figurach przestrzennych	309
9.2.1. Pola powierzchni i siatki oraz objętości wielościanów i brył obrotowych	309
9.2.2. Wskazówki do zastosowań trygonometrii do obliczania pól powierzchni i objętości figur przestrzennych	312
10. Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki	314
10.1. Elementy kombinatoryki	314
10.1.1. Ważne pojęcia wykorzystywane w definicjach pojęć kombinatorycznych	314
10.1.2. Podstawowe zasady kombinatoryki	314
10.1.3. Podstawowe sytuacje kombinatoryczne	314
10.2. Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności	316
10.2.1. Wstępne pojęcia probabilistyczne (rachunku prawdopodobieństwa)	316
10.2.2. Algebra zdarzeń	316
10.2.3. Prawdopodobieństwo i jego własności	318
10.3. Elementy statystyki opisowej	319
Odpowiedzi do zadań do samodzielnego rozwiązania	321
Indeks	328
Bibliografia	335