

SPIS RZECZY

Rozdział XII. Ogólne struktury matematyki

§ 1. Przestrzenie topologiczne	21
§ 2. Bazy otoczeń. Aksjomaty przeliczalności	24
§ 3. Filtry	27
§ 4. Przestrzenie zwarte	33
§ 5. Iloczyn kartezjański (produkt) przestrzeni topologicznych	36
§ 6. Przestrzenie metryczne. Przestrzenie Baire'a	39
§ 7. Topologiczny produkt przestrzeni metrycznych	43
§ 8. Funkcje półciągłe	44
§ 9. Przestrzenie regularne	47
§ 10. Przestrzenie jednostajne. Zupełność przestrzeni	49
§ 11. Przestrzenie jednostajne przewarte i zwarte	57
§ 12. Struktury jednostajne na przestrzeniach odwzorowań	59
§ 13. Rodziny odwzorowań jednakowo ciągłych. Ogólne twierdzenie Ascolego	60
§ 14. Interludium	64
§ 15. Struktury różniczkowalne. Przestrzenie stycznne. Pola wektorowe	66
§ 16. Granice rzutowe (odwrotne) przestrzeni topologicznych	76
§ 17. Granice induktywne. Presnopy. Nakrycie wyznaczone przez presnop	78
§ 18. Algebry. Algebry grupowe, tensorowe, Clifforda, Grassmanna i Liego. Twierdzenia Botta-Milnora, Wedderburna, Hurwitza	86
§ 19. Ciała i ich rozszerzenia	97
§ 20. Teoria Galois. Grupy rozwiązań	106
§ 21. Konstrukcje za pomocą linijki i cyrkla. Ciała cyklotomiczne. Twierdzenie Kroneckera-Webera	112
§ 22. Elementy algebraiczne i przestępne (transcendentne)	115
§ 23. Zasada Weyla	116
§ 24. Riemanna teoria funkcji algebraicznych	118
§ 25. Lokalny opis odwzorowania holomorficznego $f: M \rightarrow N$. Indeks rozgałęzienia. Twierdzenie Hurwitza-Riemanna	126
§ 26. Waluacje ciała $\mathcal{M}(X)$ funkcji meromorficznych na zwartej powierzchni X (twierdzenie Dedekinda-Webera)	129
§ 27. Dalsze perspektywy teorii Riemanna	131
§ 28. Różniczkowanie współzmiennicze. Przesunięcie równoległe. Koneksje	134
§ 29. Refleksja nad złożoną strukturą matematyczną prostych pojęć fizyki na przykładzie mechaniki analitycznej	143
§ 30. Wiązka stycznna TM . Wiązki: wektorowe, włókniste, tensorowe i gęstości tensorowych, stowarzyszone	146
§ 31. G -przestrzenie. Reprezentacja grup	154

§ 32. Wiązki główne i stowarzyszone	157
§ 33. Reprezentacje indukowane a wiązki stowarzyszone	162
§ 34. Cofnięcie wiązki włóknistej. Grupa Picarda	164
§ 35. Wiązki wektorowe a snopy lokalnie swobodne	167
§ 36. Koneksje w wiązkach głównych. Forma koneksji	168
§ 37. Przeniesienie równoległe w G -wiązce głównej	171
§ 38. Koneksja indukowana w wiązce stowarzyszonej z wiązką główną	173
§ 39. Aksjomat o nakrywaniu homotopii	174
§ 40. Rozwłóknienia Serre'a. Ogólna teoria koneksji. Wnioski	176
§ 41. Funkcja wykładnicza	181
§ 42. Geodetyki i odwzorowania wykładnicze koneksji liniowej	182
§ 43. Wiązki Riemanna (Riemanna-Hilberta). Koneksje Riemanna i Leviiego-Civity. Lemat Ricciego	184
§ 44. Rozmaitość Riemanna jako przestrzeń metryczna. Twierdzenie Hopfa-Rinowa	188
§ 45. Krzywizna a topologia — od Gaussa do von Dycka	195
§ 46. Formy różniczkowe o wartościach w wiązce wektorowej	199
§ 47. Zewnętrzna różniczka kowariancyjna d^∇ a krzywizna K^∇ koneksji	201
§ 48. Krzywizna Gaussa i sekcyjna. Przestrzenie o stałej krzywiznie. Twierdzenie F. Schura	203
§ 49. Koneksje w grupach Liego. Forma Killinga. Algebry i grupy półproste. Pola Killinga	207
§ 50. Przestrzenie symetryczne. Przykłady	210
§ 51. Homologia. Kohomologia. Kohomologia de Rhama	212
§ 52. Kohomologia snopów. Abstrakcyjne twierdzenie de Rhama	215
§ 53. Charakterystyka Eulera (Eulera-Poincarégo) snopa. Twierdzenie Riemanna-Rocha	219
§ 54. Holomorficzne wiązki prostych i dywizory. Twierdzenie o rozszczepieniu	222
§ 55. Grupy homotopii $\pi_i(X, x_0)$. Rozwłóknienie Hopfa. Twierdzenie Serre'a o ciągu dokładnym grup homotopii rozwłóknienia	226
§ 56. Topologia grup liniowych $GL(N, \mathbb{C})$. Twierdzenie Botta o periodyczności. Twierdzenie Poincarégo, twierdzenie Hurewicza	229
§ 57. Uniwersalne główne G -wiązki. Twierdzenie klasyfikujące. Przestrzenie klasyfikujące	231
§ 58. Klasy charakterystyczne i krzywizny koneksji wiązek. Rozmaitości Schuberta	236
§ 59. Twierdzenie Hopfa-Poincarégo i twierdzenie Cherna-Gaussa-Bonneta	240
§ 60. Stopień odwzorowania i indeks punktu osobliwego pola wektorowego. Twierdzenia Hopfa. Wzór Lefschetza-Hopfa. Twierdzenia podstawowe algebry	244
§ 61. Klasy Cherna cd. (ich właściwości i aksjomatyka)	251
§ 62. Różnorakie pożytki z klas charakterystycznych (orientowalność, struktury spinowe). Grupa Clifforda, grupa Spin	255
§ 63. Klasy charakterystyczne w fizyce. Koneksje a pola z cechowaniem	260
§ 64. Elektrodynamika Maxwella-Hertza. Monopole negatywne i klasyfikacja Diraca	264
§ 65. Waluacje dyskretne ciała $\mathcal{M}(X)$ funkcji meromorficznych na zwartej powierzchni Riemanna. Twierdzenie Dedekinda-Webera	268
§ 66. Ciała z waluacją (normą). Pierścienie waluacyjne. Lemat Nakayamy	271
§ 67. Waluacje p -adyczne. Topologia p -adyczna Krulla. Liczby p -adyczne	277
§ 68. Twierdzenie chińskie o resztach. Mocne twierdzenie aproksymacyjne	282
§ 69. Twierdzenie aproksymacyjne Ostrowskiego. Twierdzenie o niezależności. Zastosowania do funkcji algebraicznych	284
§ 70. Przykłady ciał zupełnych z waluacją dyskretną: $k((t))$, $\mathbb{Q}_p$	290
§ 71. Twierdzenie o rozwinięciu (w szereg Laurenta)	292
§ 72. Lemat Hensla i wnioski z niego. Rozszerzenia waluacji zupełnej. Kryterium Eisensteina. Pierścienie Hensla	293
§ 73. Stopień rozgałęzienia i stopień bezwładności rozszerzania waluacji. Konstrukcja rozszerzeń waluacji	299
§ 74. Twierdzenie Ostrowskiego ($ef = n$). Rozszerzenia Galois	305

§ 75. Zastosowanie równości Ostrowskiego do funkcji algebraicznych	309
§ 76. Waluacje ciała $k(x)$ funkcji wymiernych jednej zmiennej	311
§ 77. Normy ciała Q liczb wymiernych. Twierdzenie Ostrowskiego	314
§ 78. Dowód twierdzenia Riemanna-Rocha w teorii Riemanna	316
§ 79. Charakteryzacja różniczek Abela jako różniczek Weila	323
§ 80. Dwoistość Serre'a. Ostateczna postać twierdzenia Riemanna-Rocha	324
§ 81. Ciało funkcji algebraicznych (jednej zmiennej). Uwagi wstępne	326
§ 82. Dedekinda-Webera arytmetyczna teoria funkcji algebraicznych nad dowolnym ciałem. Twierdzenie Riemanna-Rocha Dedekinda-Webera	329
§ 83. Słownik (analiza – topologia, algebra)	332
§ 84. Punkty (miejsca) ciała, waluacje i pierścienie waluacyjne. Abstrakcyjna powierzchnia Riemanna	344
§ 85. Funkcje algebraiczne nad ciałem $k = C$ liczb zespolonych. Wprowadzenie struktury topologicznej i analitycznej	346
§ 86. Wnioski z twierdzenia Riemanna-Rocha Dedekinda-Webera. Różniczki pierwszego ro- dzaju. Wyznaczanie rodzaju niektórych ciał	353
§ 87. Topologia Krulla (topologia p -adyczna). Topologia liniowa. Lokalne pierścienie Noether	356
§ 88. Lokalnie zwarte ciała z waluacją. Zasada Hassego	363
§ 89. Pierścienie Dedekinda. Pierścień $\mathcal{O}_K$ liczb całkowitych ciała liczbowego K	367
§ 90. Teoria dywizorów, czyli ogólna teoria podzielności	374
§ 91. Ćwiczenia i uzupełnienia	382

Rozdział XIII. Teoria całki

§ 1. Uzwarzenie osi liczbowej R	386
§ 2. Całka Daniella Stone'a	387
§ 3. Funkcjonał μ^* i jego własności	391
§ 4. Miara zewnętrzna zbiorów	394
§ 5. Półnormy N_p . Nierówności Minkowskiego i Höldera	397
§ 6. Przestrzeń $\mathcal{F}^p$	401
§ 7. Przestrzeń $\mathcal{L}^p$	403
§ 8. Przestrzeń $\mathcal{L}^1$ funkcji całkowalnych. Całka	405
§ 9. Zbiór $\mathcal{E}$ dla całki Radona. Półciągłość	408
§ 10. Zastosowanie twierdzenia Lebesgue'a. Całki z parametrem. Całkowanie szeregów	411
§ 11. Funkcje mierzalne	417
§ 12. Miara. Zbiory całkowalne	420
§ 13. Aksjomat Stone'a i jego konsekwencje	423
§ 14. Przestrzeń L^p	427
§ 15. Twierdzenie Hahna-Banacha	429
§ 16. Przestrzeń Hilberta. Twierdzenie o rozkładzie ortogonalnym. Postać funkcyjonału liniowego	434
§ 17. Mocny aksjomat Stone'a i jego konsekwencje	438
§ 18. Iloczyn tensorowy całek	441
§ 19. Całki Radona. Druga procedura Stone'a	452
§ 20. Skończone miary Radona. Miary jądrowe	456
§ 21. Iloczyn tensorowy całek Radona	458
§ 22. Całka Lebesgue'a na R^n . Zamiana zmiennych	460
§ 23. Odwzorowanie całek Radona	468
§ 24. Całki z gęstością. Twierdzenie Radona-Nikodyma	468
§ 25. Całka Wienera	473
§ 26. Twierdzenie Kołmogorowa	476
§ 27. Całkowanie pól wektorowych	478
§ 28. Całki proste przestrzeni Hilberta	485

§ 29. O równoważności teorii całki Stone'a z teorią całki Radona	490
§ 30. Od miary do całki	491

Rozdział XIV. Analiza tensorowa. Formy harmoniczne. Kohomologie. Zastosowania w elektrodynamice

§ 1. Odwzorowania alternujące. Algebra Grassmanna	498
§ 2. Formy różniczkowe	501
§ 3. Przestrzeń kohomologii. Lemat Poincarégo	508
§ 4. Całkowanie form różniczkowych	512
§ 5. Elementy analizy wektorowej	526
§ 6. Rozmaitości różniczkowalne	542
§ 7. Przestrzeń styczne	546
§ 8. Kowariantne pola tensorowe. Metryka riemannowska i formy różniczkowe na rozma- tości	553
§ 9. Orientacja rozmaitości. Przykłady	558
§ 10. Twierdzenie Poincarégo–Stokesa dla rozmaitości z brzegiem	568
§ 11. Gęstości tensorowe. Dwoistość Weyla. Homologia	572
§ 12. Dwoistość Weyla i operator $\star$ Hodge'a. Uogólnione wzory Greena na rozmaitości riemannowskiej	585
§ 13. Formy harmoniczne. Teoria Hodge'a–Kodairy–de Rhamy	588
§ 14. Zastosowania do elektrodynamiki	597
§ 15. Formy niezmiennicze (całka Hurwitza). Kohomologie zwartych grup Liego	602
§ 16. Uzupełnienia i ćwiczenia	610

Skorowidz oznaczeń	613
Skorowidz nazwisk	623
Skorowidz nazw	626

Każde słowo – podobnie jak imię – niesie w sobie różną treść, budzi różne skojarzenia zależne od doświadczeń tego, kogo spotyka. I tak, słowo **analiza** znaczy dla każdego matematyka coś innego. Dla jednych obejmuje ono niewiele więcej niż rachunek różniczkowy i całkowity, dla innych kojarzy się z twierdzeniem Riemanna–Rocha czy formami harmonicznymi.

Jest to jedyny podręcznik, który wychodząc od zera – dokładniej mówiąc od liczb wymiernych – dochodzi do teorii dystrybucji, całek prostych, analizy na różniczkach zespolonych, przestrzeni Kählera, teorii snopów i wiązek wektorowych itd.

Celem moim było pokazanie młodemu człowiekowi piękna i bogactwa tego niezwykłego świata, jakim jest współczesna analiza matematyczna.

(z Przedmowy)

Jest to **reprint** drugiego zmienionego wydania drugiej części trylogii Profesora Krzysztofa Maurina *Analiza*, które ukazało się nakładem PWN w 1991 roku jako tom 70 BIBLIOTEKI MATEMATYCZNEJ.

Część II. Ogólne struktury matematyki, funkcje algebraiczne, całkowanie, analiza tensorowa. Głównym pojęciem jest tu całka. Autor opowiada historię narodzin podstawowych pojęć i struktur matematyki współczesnej, pokazuje ich powiązanie z fizyką i filozofią, kładąc duży nacisk na rolę tradycji w matematyce. Liczne komentarze sprawiają, że Czytelnik może dostrzec związki, które łączą na pozór odległe działy matematyki.

Książka zainteresuje fizyków i matematyków, studentów tych kierunków, doktorantów, nauczycieli akademickich, naukowców.

Polecamy także:

Krzysztof Maurin, *Analiza*, cz. I

Krzysztof Maurin, *Analiza*, cz. III

Krzysztof Maurin, *Matematyka a fizyka*

– książka, w której Autor dowodzi jedności matematyki i fizyki