

# SPIS TREŚCI

|                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------|-----|
| Przedmowa                                                   | 7   |
| ✓ I LOGIKA (K. Piasecki, Z. Świtalski)                      | 9   |
| 1. Rachunek zdań                                            | 9   |
| 2. Funkcja zdaniowa i kwantyfikatory                        | 16  |
| 3. Logika wielowartościowa                                  | 22  |
| ✓ II ZBIORY (K. Piasecki, Z. Świtalski)                     | 25  |
| 1. Zbiory i działania na zbiorach                           | 25  |
| 2. Iloczyn kartezjański                                     | 35  |
| 3. Liczebność zbiorów skończonych                           | 37  |
| ✓ III ZBIORY ROZMYTE (K. Piasecki)                          | 41  |
| 1. Podstawowe pojęcia                                       | 41  |
| 2. Liczby rozmyte                                           | 46  |
| IV TEORIA GRAFÓW (K. Piasecki, Z. Świtalski)                | 51  |
| 1. Podstawowe pojęcia teorii grafów                         | 51  |
| 2. Macierzowe ujęcie grafów                                 | 60  |
| 3. Drogi Eulera i Hamiltona                                 | 65  |
| 4. Drzewa                                                   | 70  |
| 5. Przepływy w sieciach                                     | 74  |
| ✓ V RELACJE (K. Piasecki, Z. Świtalski)                     | 79  |
| 1. Pojęcie relacji. Sposoby opisu relacji                   | 79  |
| 2. Własności relacji. Dziedzina i przeciwdziedzina. Funkcja | 85  |
| 3. Działania na relacjach                                   | 89  |
| 4. Relacje równoważności                                    | 95  |
| 5. Relacje porządkujące                                     | 100 |

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>VI PODSTAWY ALGEBRY LINIOWEJ (J. Abtowa, K. Piasecki)</b>         | 112 |
| 1. Algebra macierzy                                                  | 112 |
| 2. Przestrzenie wektorowe                                            | 125 |
| 3. Operacje elementarne                                              | 133 |
| 4. Rząd macierzy                                                     | 138 |
| 5. Macierz odwrotna                                                  | 141 |
| 6. Określoność formy kwadratowej                                     | 144 |
| <b>VII MODELE LINIOWE (K. Piasecki)</b>                              | 148 |
| 1. Układy równań liniowych                                           | 148 |
| 2. Układy nierówności liniowych                                      | 158 |
| 3. Zadanie programowania liniowego                                   | 172 |
| 4. Modele przepływów międzygałęziowych                               | 176 |
| <b>VIII CIĄGI LICZBOWE (J. Abtowa)</b>                               | 186 |
| 1. Definicja ciągu i sposoby jego określania                         | 186 |
| 2. Własności ciągu liczbowego                                        | 189 |
| 3. Granica ciągu liczbowego                                          | 194 |
| 4. Własności granicy                                                 | 197 |
| 5. Liczba Nepera                                                     | 202 |
| <b>IX ELEMENTY MATEMATYKI FINANSOWEJ (K. Piasecki)</b>               | 206 |
| 1. Procent składany                                                  | 206 |
| 2. Dyskontowanie                                                     | 210 |
| 3. Fundusze składane                                                 | 213 |
| 4. Wewnętrzna stopa zwrotu                                           | 221 |
| 5. Umarzanie kredytu                                                 | 226 |
| <b>X FUNKCJA JEDNEJ ZMIENNEJ (K. Piasecki)</b>                       | 231 |
| 1. Funkcja jako szczególny przypadek relacji – pojęcia podstawowe    | 231 |
| 2. Funkcja rzeczywista jednej zmiennej – pojęcia podstawowe          | 236 |
| 3. Elementarne funkcje jednej zmiennej                               | 244 |
| 4. Granica funkcji                                                   | 252 |
| 5. Ciągłość funkcji                                                  | 259 |
| 6. Asymptoty funkcji                                                 | 265 |
| <b>XI RACHUNEK RÓŻNICZKOWY FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ (K. Piasecki)</b> | 272 |
| 1. Definicja pochodnej                                               | 272 |
| 2. Reguła de L'Hospitala                                             | 285 |
| 3. Badanie monotoniczności funkcji                                   | 292 |

|                                                                                           |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4. Badanie wypukłości funkcji . . . . .                                                   | 294 |
| 5. Poszukiwanie ekstremów lokalnych . . . . .                                             | 297 |
| 6. Punkty przegięcia . . . . .                                                            | 303 |
| 7. Wartość najmniejsza i największa funkcji określonej na przedziale domkniętym . . . . . | 305 |
| 8. Badanie zmienności funkcji . . . . .                                                   | 308 |

## **XII ZASTOSOWANIA EKONOMICZNE FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ**

|                                                          |     |
|----------------------------------------------------------|-----|
| (T. Różański) . . . . .                                  | 312 |
| 1. Ekonomiczna interpretacja pochodnej funkcji . . . . . | 312 |
| 2. Elastyczność funkcji . . . . .                        | 316 |
| 3. Krzywe Törnquista . . . . .                           | 318 |
| 4. Tempo wzrostu funkcji . . . . .                       | 324 |

## **XIII RACHUNEK CAŁKOWY FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ Z ZASTOSOWANIAM**

|                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------|-----|
| (J. Abtowa, K. Piasecki) . . . . .                                | 332 |
| 1. Całki nieoznaczone . . . . .                                   | 332 |
| 2. Całki oznaczone . . . . .                                      | 351 |
| 3. Całki niewłaściwe . . . . .                                    | 359 |
| 4. Geometryczna interpretacja całki oznaczonej . . . . .          | 362 |
| 5. Zastosowanie całek oznaczonych do szacowania zasobów . . . . . | 366 |

## **XIV ANALIZA FUNKCJI WIELU ZMIENNYCH (J. Abtowa, K. Piasecki)**

|                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------|-----|
| 1. Funkcje wielu zmiennych . . . . .                          | 371 |
| 2. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych . . . . .     | 381 |
| 3. Rachunek marginalny funkcji wielu zmiennych . . . . .      | 401 |
| 4. Krzywe obojętności i substytucja . . . . .                 | 407 |
| 5. Ekstrema lokalne . . . . .                                 | 418 |
| 6. Ekstrema warunkowe – metoda mnożników Lagrange’a . . . . . | 422 |

## **XV RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA (K. Piasecki)**

|                                                    |     |
|----------------------------------------------------|-----|
| 1. Pojęcie prawdopodobieństwa . . . . .            | 431 |
| 2. Aksjomatyka teorii prawdopodobieństwa . . . . . | 435 |
| 3. Prawdopodobieństwo warunkowe . . . . .          | 441 |
| 4. Zmienna losowa . . . . .                        | 447 |
| 5. Słabe prawa wielkich liczb . . . . .            | 468 |
| 6. Centralne twierdzenie graniczne . . . . .       | 472 |
| 7. Prawdopodobieństwo subiektywne . . . . .        | 478 |
| 8. Probabilistyczny problem decyzyjny . . . . .    | 480 |

|                                                                                                                                                                                  |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>DODATEK A. Tablice statystyczne</b>                                                                                                                                           | <b>484</b> |
| <b>DODATEK B. Pojęcia i umiejętności z zakresu programu nauczania matematyki w szkole średniej, których znajomość jest konieczna lub zalecana przy korzystaniu z podręcznika</b> | <b>494</b> |