

# Spis treści

---

|                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Przedmowa .....                                                               | 7   |
| <b>I. Możesz zostać zaskoczona!</b> .....                                     | 11  |
| 1. Diabelska zagadka .....                                                    | 13  |
| 2. Zaskoczona? .....                                                          | 18  |
| <b>II. Logika kłamstwa i szczerości</b> .....                                 | 23  |
| 3. Rachmistrz spisu ludności .....                                            | 25  |
| 4. W poszukiwaniu Oony .....                                                  | 32  |
| 5. Międzyplanetarne zamieszanie .....                                         | 36  |
| <b>III. Rycerze, łotry i logika zdaniowa</b> .....                            | 43  |
| 6. Drobinka logiki zdaniowej .....                                            | 45  |
| 7. Rycerze, łotry i logika zdaniowa .....                                     | 55  |
| 8. Domknięcie logiczne i niesprzeczność .....                                 | 61  |
| <b>IV. Bądźmy ostrożni!</b> .....                                             | 71  |
| 9. Paradoksalne? .....                                                        | 73  |
| 10. Problem się pogłębia .....                                                | 83  |
| <b>V. Kłopoty z niesprzecznością</b> .....                                    | 91  |
| 11. Logicy, którzy rozumują o sobie .....                                     | 93  |
| 12. Kłopoty z niesprzecznością .....                                          | 103 |
| 13. Systemy Gödłowskie .....                                                  | 110 |
| 14. Więcej kłopotów z niesprzecznością .....                                  | 115 |
| <b>VI. Samospełniające się przekonania</b><br><b>i twierdzenie Löba</b> ..... | 123 |
| 15. Samospełniające się przekonania .....                                     | 125 |
| 16. Diament Rajaha .....                                                      | 135 |
| 17. Wyspa Löba .....                                                          | 141 |

|                                        |     |
|----------------------------------------|-----|
| <b>VII. Na głębokich wodach</b>        | 149 |
| 18. Myślaki typu G                     | 151 |
| 19. Skromność, zwrotność i stabilność  | 160 |
| <b>VIII. Nie można rozstrzygnąć!</b>   | 167 |
| 20. Na zawsze nierozstrzygnięte        | 169 |
| 21. Więcej bezrozstrzygnięć!           | 176 |
| <b>IX. Światy możliwe</b>              | 183 |
| 22. To niekoniecznie tak!              | 185 |
| 23. Światy możliwe                     | 192 |
| 24. Od konieczności do dowodliwości    | 198 |
| <b>X. Istota sprawy</b>                | 203 |
| 25. Gödelowate uniwersum               | 205 |
| 26. Pewne godne uwagi maszyny logiczne | 213 |
| 27. Samostosowalne systemy modalne     | 225 |
| <b>XI. Finale</b>                      | 233 |
| 28. Systemy modalne, maszyny i myślaki | 235 |
| 29. Niektóre dziwaczne myślaki!        | 241 |
| 30. W retrospekcji                     | 248 |
| <b>Słowo od tłumacza</b>               | 253 |

## Przedmowa

---

Czy jest możliwe, aby racjonalna istota ludzka znalazła się w położeniu, gdy nie może wierzyć, iż jej przekonania są niesprzeczne, bez popadnięcia przy tym w sprzeczność? Jest to jeden z głównych tematów tej książki. Wzorowany jest on na słynnym odkryciu Kurta Gödla (tak zwanym drugim twierdzeniu o niezupełności<sup>1</sup>), że dowolny niesprzeczny system matematyczny o mocy wystarczającej do uprawiania tego, co znamy pod nazwą elementarnej arytmetyki, musi podlegać zaskakująco bolesnemu ograniczeniu polegającemu na tym, iż jego własnej niesprzeczności nie da się w nim nigdy dowieść!

Istnieją rozliczne powody, dla których przenieśliśmy rozumowanie Gödla dotyczące dziedziny formalnych systemów matematycznych oraz twierdzeń w nich dowodliwych do sfery istot ludzkich i stwierdzeń, w które wierzą takie istoty. Jednym z nich jest to, że ludzie i ich przekonania są niespecjalistom o wiele lepiej znani niż abstrakcyjne systemy matematyczne, a zatem mogą wyjaśnić istotę pomysłów Gödla w języku zrozumiałym dla każdego. Co więcej, ujmowanie tej problematyki w terminach odnoszących się do ludzi ma olbrzymi efekt psychologiczny oraz jest w najwyższym stopniu istotne dla stale rozrastającej się dziedziny sztucznej inteligencji.

Tak jak moje wcześniejsze zbiory zagadek logicznych, również tę książkę rozpoczynam od licznych zagadek dotyczących opowiadaczy prawdy i fałszu (rycerzy oraz łotrów). Poza oryginalnością tych problemów (prawie wszystkie publikowane są tu po raz pierwszy), niech inna jeszcze rzecz będzie zaakcentowana — mianowicie to, że w zagadki te wplecione zostało wstępne wyłożenie elementów *logiki symbolicznej* (przedmiotu, który na szczęście jest nauczany współcześnie w wielu naszych szkołach<sup>2</sup>) i wytłumaczenie jak z pomocą tych war-

---

<sup>1</sup>Tj. twierdzeniu o niedowodliwości niesprzeczności. Przypisy w tej książce pochodzą od tłumacza.

<sup>2</sup>Autor ma na myśli amerykańskie szkoły średnie (*high schools*) sprzed ćwierć wieku. Stwierdzenia tego nie można odnieść ani do polskich szkół średnich, ani do wielu polskich uczelni wyższych XXI wieku.

tościowych technik rozwiązywać w sposób systematyczny rozmaite zagadnienia typu zagadek o rycerzach i łotrach. (Powinno to szczególnie zainteresować nauczycieli logiki — zarówno na poziomie szkół średnich, jak i wyższych uczelni — którzy chcieliby ożywić swoje wykłady logiki twórczymi i stawiającymi wyzwania intelektualne zagadkami). Tak więc, wiedza uzyskana przez czytelnika hojnie odplaci się przy objaśnianiu dalszych, bardziej zaawansowanych rozdziałów dotyczących pracy Gödla.

Innym tematem dalszych rozdziałów — o pewnym znaczeniu dla sztucznej inteligencji — są *samospelniające się przekonania*. W jakich okolicznościach sama wiara w jakieś stwierdzenie może spowodować, że będzie to przekonanie prawdziwe? (Czyżby miało to coś wspólnego z religią)? Pewne ważne twierdzenie udowodnione przez logika M.H. Löba jest dla tych rozważań wielce istotne. Twierdzenie to jest ściśle związane z twierdzeniem Gödla, a jeśli je sformułować najpierw w terminach odnoszących się do osób przeprowadzających rozumowania oraz ich przekonań, jest ono łatwe do ogarnięcia przez zwykłego czytelnika.

Chociaż nadają pierwszorzędne znaczenie systemom przekonań, to w żadnym wypadku nie kończę na tym. W miarę lektury czytelnik doprowadzany jest do coraz głębszego i głębszego rozumienia, jak owe systemy przekonań związane są z ważnymi systemami matematycznymi. To z kolei prowadzi do filozoficznie fascynującego tematu *semantyki światów możliwych* — dziedziny rozważanej przez Leibniza i doprowadzonej do perfekcji w dwudziestym wieku przez logika Saula Kripkego. Tematyka ta również odgrywa współcześnie znaczącą rolę w informatyce oraz sztucznej inteligencji.

Wykładałem o tym wszystkim sporo dla tak różnych audytoriów jak: z jednej strony bystrzy uczniowie szkół średnich, a z drugiej doktoranci matematyki, filozofii oraz informatyki. Reakcje obu stron były równie wdzięczne — wszyscy byli zainteresowani. W rzeczy samej, każdy neofita, który jest niezły z matematyki i nauk ścisłych, może gruntownie opanować cały materiał tej książki (choć będzie tu potrzebne trochę ćwiczeń), ale i wielu specjalistów znajdzie tu bogactwo całkowicie nowego, świeżego materiału.

Jest godne uwagi, jak logika, filozofia, sztuczna inteligencja, informatyka i matematyka zbliżają się do siebie coraz to bardziej w dzisiejszych czasach. Żyjemy w fascynującej epoce!

Elka Park, N.Y.  
Lipiec 1986

RAYMOND SMULLYAN