



Spis treści

Wstęp	XIII
Wstęp do wydania SI	XVII

CZĘŚĆ 1. Równania różniczkowe zwyczajne..... 1

Rozdział 1. Równania różniczkowe pierwszego rzędu..... 3	
1.1. Terminologia i równania o zmiennych rozdzielonych	3
1.1.1. Rozwiązania osobliwe	7
1.1.2. Pewne zastosowania równań o zmiennych rozdzielonych.....	8
Zadania	15
1.2. Równanie liniowe pierwszego rzędu.....	17
Zadania.....	21
1.3. Równania zupełne	21
Zadania	26
1.4. Równania jednorodny, Bernoulliego i Riccatiego.....	27
1.4.1. Równanie różniczkowe jednorodny	27
1.4.2. Równanie Bernoulliego	31
1.4.3. Równanie Riccatiego	32
Zadania	34
Rozdział 2. Równania różniczkowe drugiego rzędu..... 37	
2.1. Równanie liniowe drugiego rzędu.....	37
Zadania	43
2.2. Równanie jednorodny o stałych współczynnikach	43
Zadania	47
2.3. Szczególne rozwiązania równania niejednorodny.....	47
2.3.1. Metoda uzmienniana stałych	48
2.3.2. Metoda przewidywań	50
Zadania	57
2.4. Równanie różniczkowe Eulera	58
Zadania	61
2.5. Rozwiązania w postaci szeregów	62
2.5.1. Rozwiązania w postaci szeregów potęgowych	62
Zadania	65
2.5.2. Rozwiązania Frobeniusa.....	65
Zadania	72

Rozdział 3.	<i>Transformacja Laplace'a</i>	73
3.1.	Definicja i terminologia	73
	Zadania	75
3.2.	Rozwiązanie zadań wartości początkowej	76
	Zadania	80
3.3.	Funkcja Heaviside'a i twierdzenia o przesunięciu	80
3.3.1.	Pierwsze twierdzenie o przesunięciu	80
3.3.2.	Funkcja Heaviside'a, impulsy i drugie twierdzenie o przesunięciu	83
3.3.3.	Wzór Heaviside'a	92
	Zadania	93
3.4.	Splot	95
	Zadania	97
3.5.	Impulsy i funkcja delta Diraca	98
	Zadania	101
3.6.	Układy równań różniczkowych liniowych	101
	Zadania	103
Rozdział 4.	<i>Problemy Sturm-Liouville'a rozwinięcia względem funkcji własnych</i> ...	105
4.1.	Wartości własne, funkcje własne i zagadnienia Sturm-Liouville'a	105
	Zadania	111
4.2.	Rozwinięcie względem funkcji własnych	111
4.2.1.	Własności współczynników	118
	Zadania	120
4.3.	Szeregi Fouriera	121
4.3.1.	Szeregi Fouriera na $[-L, L]$	121
4.3.2.	Szeregi cosinusów Fouriera na $[0, L]$	125
4.3.3.	Szereg sinusów Fouriera na $[0, L]$	126
	Zadania	127
CZĘŚĆ 2.	Równania różniczkowe cząstkowe	129
Rozdział 5.	<i>Równanie ciepła</i>	131
5.1.	Problemy dyfuzji w medium ograniczonym	131
5.1.1.	Końce utrzymywane w zerowej temperaturze	132
5.1.2.	Izolowane końce	135
5.1.3.	Jeden promieniujący koniec	137
5.1.4.	Niejednorodne warunki brzegowe	139
5.1.5.	Uwzględnienie konwekcji i innych efektów	142
	Zadania	145
5.2.	Równanie ciepła z elementem wymuszającym $F(x, t)$	146
	Zadania	150
5.3.	Równanie ciepła na osi rzeczywistej	150
5.3.1.	Przeformułowanie rozwiązania na prostej	152
	Zadania	153
5.4.	Równanie ciepła na półprostej	154
5.4.1.	Kontrowersje dotyczące wieku Ziemi	157
	Zadania	159
5.5.	Dwuwymiarowe równanie ciepła	159
	Zadania	162
Rozdział 6.	<i>Równanie falowe</i>	163
6.1.	Ruch falowy na ograniczonym przedziale	163

6.1.1. Wpływ c na przemieszczenie	168
6.1.2. Ruch falowy z wymuszeniem $F(x)$	169
Zadania	172
6.2. Ruch falowy w nieograniczonym ośrodku	173
6.2.1. Równanie falowe na prostej	174
6.2.2. Równanie falowe na półprostej	177
Zadania	179
6.3. Rozwiązania d’Alamberta i charakterystyki	180
Zadania	188
6.4. Równanie falowe z wymuszeniem $K(x,t)$	189
Zadania	193
6.5. Równanie falowe w wyższych wymiarach	193
Zadania	195
Rozdział 7. Równanie Laplace’a	197
7.1. Zagadnienie Dirichleta dla prostokąta	198
Zadania	201
7.2. Zagadnienie Dirichleta na kole	202
Zadania	205
7.3. Wzór całkowy Poissona.	205
Zadania	207
7.4. Zagadnienie Dirichleta w obszarze nieograniczonym.	207
Zadania	209
7.5. Trójwymiarowe zagadnienie Dirichleta.	209
Zadania	211
7.6. Zagadnienie Neumanna	211
7.6.1. Zagadnienie Neumanna dla prostokąta	213
7.6.2. Zagadnienie Neumanna dla koła	214
7.6.3. Zagadnienie Neumanna dla górnej półpłaszczyzny	216
Zadania	218
7.7. Równanie Poissona	218
Zadania	223
Rozdział 8. Funkcje specjalne i zastosowania	225
8.1. Wielomiany Legendre’a.	225
8.1.1. Funkcje tworzące	229
8.1.2. Relacja rekurencji.	231
8.1.3. Wzór Rodriguesa	232
8.1.4. Rozwinięcia Fouriera-Legendre’a	232
8.1.5. Zera wielomianów Legendre’a	236
8.1.6. Rozkład naładowanych cząstek	237
8.1.7. Temperatura w stanie ustalonym w kuli.	239
Zadania	241
8.2. Funkcje Bessela	242
8.2.1. Funkcja tworząca dla $J_n(x)$	246
8.2.2. Zależności rekurencyjne.	247
8.2.3. Zera $J_\nu(x)$	248
8.2.4. Rozwinięcia względem funkcji własnych Fouriera-Bessela	248
Zadania	253
8.3. Niektóre zastosowania funkcji Bessela	254
8.3.1. Drgania membrany kołowej	254
8.3.2. Dyfuzja w nieskończonym jednorodnym walcu	261
8.3.3. Oscylacje w wiszącym sznurze	264
8.3.4. Krytyczna długość pręta.	266
Zadania	267

Rozdział 9.	<i>Metody przekształceń całkowych</i>	269
9.1.	Metody transformaty Laplace'a	269
9.1.1.	Wymuszony ruch falowy na półprostej	269
9.1.2.	Dystrybucja temperatury w nieograniczonym pręcie	271
9.1.3.	Nieograniczony pręt z nieciągłą temperaturą na jednym końcu	272
9.1.4.	Drgania pręta sprężystego	274
	Zadania	276
9.2.	Metody transformaty Fouriera	276
9.2.1.	Równanie ciepła na prostej rzeczywistej	279
9.2.2.	Zagadnienie Dirichleta dla górnej półpłaszczyzny	280
	Zadania	282
9.3.	Metody przekształcenia sinusowego i cosinusowego Fouriera	282
9.3.1.	Zagadnienie falowe na półprostej	283
	Zadania	286
CZĘŚĆ 3.	Macierze i Algebra liniowa	287
<hr/>		
Rozdział 10.	<i>Wektory i przestrzeń wektorowa R^n</i>	289
10.1.	Wektory w płaszczyźnie i przestrzeni trójwymiarowej	289
10.1.1.	Równanie prostej w przestrzeni trójwymiarowej	294
	Zadania	296
10.2.	Iloczyn skalarny	296
10.2.1.	Równanie płaszczyzny	300
10.2.2.	Rzutowanie jednego wektora na drugi	301
	Zadania	302
10.3.	Iloczyn wektorowy	303
	Zadania	306
10.4.	Wektory w przestrzeni R^n i struktura algebraiczna R^n	306
	Zadania	312
10.5.	Zbiory ortogonalne i ortogonalizacja	313
	Zadania	316
10.6.	Uzupełnienia ortogonalne i rzutowanie	316
	Zadania	320
Rozdział 11.	<i>Macierze, wyznaczniki, układy liniowe</i>	321
11.1.	Wyznaczniki i algebra macierzy	321
11.1.1.	Terminologia i macierze specjalne	324
11.1.2.	Inne spojrzenie na mnożenie macierzy	326
11.1.3.	Zastosowanie do błędzenia losowego w kryształach	328
	Zadania	330
11.2.	Operacje na wierszach i macierze zredukowane	331
	Zadania	338
11.3.	Rozwiązywanie jednorodnych układów liniowych	339
	Zadania	344
11.4.	Rozwiązywanie niejednorodnych układów liniowych	345
	Zadania	350
11.5.	Macierze odwrotne	351
	Zadania	354
11.6.	Wyznaczniki	355
11.6.1.	Rozwijanie względem wierszy i kolumn	357
	Zadania	359
11.7.	Reguła Cramera	360
	Zadania	362

11.8. Twierdzenie macierzowe o drzewach	362
Zadania	365
Rozdział 12. Wartości własne, diagonalizacja, macierze specjalne	367
12.1. Wartości własne i wektory własne	367
12.1.1. Liniowa niezależność wektorów własnych	371
12.1.2. Okręgi Gerszgorina	374
Zadania	376
12.2. Diagonalizacja	377
Zadania	382
12.3. Macierze specjalne oraz ich wartości własne i wektory własne	382
12.3.1. Macierze symetryczne	383
12.3.2. Macierze ortogonalne	385
12.3.3. Macierze unitarne	387
12.3.4. Macierze hermitowskie i skośno-hermitowskie	388
Zadania	389
12.4. Formy kwadratowe	390
Zadania	392
CZĘŚĆ 4. Układy równań różniczkowych	393
<hr/>	
Rozdział 13. Układy równań różniczkowych liniowych	395
13.1. Układy liniowe	395
13.1.1. Struktura rozwiązań równania $X' = AX$	397
13.1.2. Struktura rozwiązań równania $X' = AX + G$	401
Zadania	402
13.2. Rozwiązanie $X' = AX$, gdy A jest stałe	403
13.2.1. Przypadek zespolonych wartości własnych	410
Zadania	412
13.3. Rozwiązanie z użyciem eksponenta macierzy	413
Zadania	418
13.4. Rozwiązanie $X' = AX + G$ dla stałej A	418
13.4.1. Uzmiennianie stałych	418
Zadania	422
13.4.2. Rozwiązania przez diagonalizację	422
Zadania	424
Rozdział 14. Systemy nieliniowe i analiza jakościowa	425
14.1. Układy nieliniowe i diagramy/ portery fazowe	425
14.1.1. Portrety fazowe jednorodnych układów liniowych	432
Zadania	441
14.2. Punkty krytyczne i stabilność	441
Zadania	446
14.3. Układy prawie-liniowe	446
Zadania	451
14.4. Linearyzacja	452
Zadania	461
CZĘŚĆ 5. Analiza wektorowa	463
<hr/>	
Rozdział 15. Wektorowy rachunek różniczkowy	465
15.1. Funkcje wektorowe jednej zmiennej	465
Zadania	469

15.2. Prędkość, przyspieszenie i krzywizna	470
Zadania	474
15.3. Gradient pola	474
15.3.1. Poziomice, płaszczyzny styczne i proste normalne	477
Zadania	480
15.4. Dywergencja i rotacja	481
15.4.1. Fizyczna interpretacja dywergencji	482
15.4.2. Fizyczna interpretacja rotacji	484
Zadania	485
15.5. Opływy pola wektorowego	486
Zadania	488
Rozdział 16. Wektorowy rachunek całkowy	489
16.1. Całki krzywoliniowe	489
16.1.1. Całkowanie względem łuku krzywej	496
Zadania	498
16.2. Twierdzenie Greena	499
16.2.1. Uogólnienie twierdzenia Greena	500
Zadania	504
16.3. Niezależność od drogi i teoria potencjału	505
Zadania	515
16.4. Całki powierzchniowe	515
16.4.1. Wektor normalny do powierzchni	517
16.4.2. Całka powierzchniowa pola skalarnego	521
Zadania	523
16.5. Zastosowania całek powierzchniowych	523
16.5.1. Pole powierzchni	523
16.5.2. Masa i środek masy powłoki	524
16.5.3. Strumień płynu przez powierzchnię	526
Zadania	529
16.6. Twierdzenie Gaussa o dywergencji	529
16.6.1. Prawo Archimedesesa	531
16.6.2. Równanie ciepła	532
Zadania	534
16.7. Twierdzenie Stokesa	534
16.7.1. Teoria potencjału w przestrzeni trójwymiarowej	537
Zadania	538
CZĘŚĆ 6. Analiza Fouriera	539
Rozdział 17. Szeregi Fouriera	541
17.1. Szereg Fouriera na $[-L, L]$	541
17.1.1. Szeregi Fouriera funkcji parzystych i nieparzystych	548
17.1.2. Zjawisko Gibbsa	550
Zadania	551
17.2. Szeregi sinusowe i cosinusowe	552
Zadania	556
17.3. Całkowanie i różniczkowanie szeregów Fouriera	557
Zadania	561
17.4. Własności współczynników Fouriera	561
17.4.1. Optymalizacja metodą najmniejszych kwadratów	564
Zadania	567
17.5. Postać fazowa	567
Zadania	570

17.6. Zespolony szereg Fouriera	571
Zadania	574
17.7. Filtrowanie sygnałów	574
Zadania	577
Rozdział 18. Transformata Fouriera	579
18.1. Transformata Fouriera	579
18.1.1. Filtrowanie i funkcja delta Diraca	589
18.1.2. Okienkowane przekształcenia Fouriera	591
18.1.3. Twierdzenie Shannona o próbkowaniu	594
18.1.4. Filtry dolnoprzepustowe i pasmowoprzepustowe	595
Zadania	598
18.2. Transformaty cosinusowe i sinusowe Fouriera	599
Zadania	602
CZĘŚĆ 7. Funkcje zespolone	603
Rozdział 19. Liczby zespolone i funkcje zespolone	605
19.1. Geometria i arytmetyka liczb zespolonych	605
19.1.1. Liczby zespolone	605
19.1.2. Płaszczyzna zespolona, moduł, sprzężenia i postać biegunowa	606
19.1.3. Sposób porządkowania liczb zespolonych	608
19.1.4. Nierówności	608
19.1.5. Koła, zbiory otwarte i zbiory domknięte	608
Zadania	611
19.2. Funkcje zespolone	612
19.2.1. Granice, ciągłość i różniczkowalność	612
19.2.2. Równania Cauchy’ego-Riemanna	615
Zadania	619
19.3. Funkcje wykładnicze i trygonometryczne	620
19.3.1. Funkcja wykładnicza	620
19.3.2. Funkcje cosinus i sinus	622
Zadania	624
19.4. Logarytm zespolony	625
Zadania	626
19.5. Potęgi	626
19.5.1. Pierwiastki n -tego stopnia	626
19.5.2. Potęgi wymierne	628
19.5.3. Potęgi z^w	628
Zadania	629
Rozdział 20. Całkowanie w płaszczyźnie zespolonej	631
20.1. Całka z funkcji zespolonej	631
Zadania	636
20.2. Twierdzenie Cauchy’ego	636
Zadania	639
20.3. Konsekwencje twierdzenia Cauchy’ego	639
20.3.1. Niezależność drogi	639
20.3.2. Twierdzenie o deformacji	640
20.3.3. Wzór całkowy Cauchy’ego	643
20.3.4. Własności funkcji harmonicznych	645
20.3.5. Oszacowanie pochodnych	647
20.3.6. Rozszerzone twierdzenie o deformacji	647
Zadania	649

Rozdział 21.	<i>Funkcje w postaci szeregów</i>	651
21.1.	Szeregi potęgowe.....	651
21.1.1.	Funkcje pierwotne funkcji różniczkowalnych.....	658
21.1.2.	Zera funkcji.....	658
	Zadania.....	660
21.2.	Rozwinięcie Laurenta.....	661
	Zadania.....	663
Rozdział 22.	<i>Osobliwości i twierdzenie o residuach</i>	665
22.1.	Klasyfikacja osobliwości.....	665
	Zadania.....	669
22.2.	Twierdzenie o residuach.....	669
	Zadania.....	674
22.3.	Wyznaczanie całek rzeczywistych.....	675
22.3.1.	Funkcje wymierne.....	676
22.3.2.	Funkcje wymierne pomnożone przez cosinus lub sinus.....	677
22.3.3.	Funkcje wymierne cosinusa i sinusa.....	679
	Zadania.....	681
Rozdział 23.	<i>Odwzorowania konforemne</i>	683
23.1.	Idea odwzorowania konforemnego.....	683
23.1.1.	Przekształcenia biliniowe.....	690
23.1.2.	Sfera Riemanna.....	696
	Zadania.....	697
23.2.	Konstrukcja odwzorowań konforemnych.....	698
23.2.1.	Przekształcenie Schwarz-Christoffela.....	706
	Zadania.....	710
	Notacja.....	711
	Odpowiedzi do wybranych zadań.....	713