

Spis rzeczy

CZĘŚĆ PIERWSZA

GEOMETRIA ANALITYCZNA NA PŁASZCZYŹNIE

I. Współrzędne na płaszczyźnie. Wektory

1. Uwaga wstępna	1
2. Współrzędne punktu	1
3. Położenie wektora na osi	4
4. Kąt skierowany i kąt między osiami	7
5. Wektor na płaszczyźnie i jego rzuty	11
6. Suma geometryczna wektorów	21
7. Pole równoległoboku i trójkąta	24
8. Współrzędne biegunowe	27
9. Zamiana współrzędnych prostokątnych	29
Ćwiczenia	32

II. Wiadomości ogólne o liniach i ich równaniach

10. Linia i pojęcie funkcji	34
11. Funkcja pierwszego stopnia i linia prosta	35
12. Inne przykłady funkcji i linii	37
13. Ogólne pojęcie równania linii	39
14. Równanie linii we współrzędnych biegunowych	43
15. Równania parametryczne linii	47
16. O przecięciu się linii. Punkty urojone	50
17. O rodzinie linii	53
Ćwiczenia	55

III. Zagadnienia dotyczące linii prostych

18. Równanie linii prostej	56
19. Równania parametryczne prostej	62
20. Kąt między dwiema prostymi	62
21. Prosta przechodząca przez punkty dane	65
22. O przecięciu się dwóch prostych	67
23. O przecięciu się trzech prostych	68

24.	Równanie prostej w postaci normalnej	71
25.*	Współrzędne jednorodne punktu na prostej i na płaszczyźnie. Punkty w nieskończoności i prosta w nieskończoności	76
26.*	Dwustosunek czwórki prostych	79
	Ćwiczenia	80

IV. Własności formy kwadratowej. Równanie jednorodne

27.	Określenie i własności formy kwadratowej	82
28.	Zamiana zmiennych	84
29.	Równanie jednorodne	85
	Ćwiczenia	89

V. Styczna i normalna do linii

30.	Styczna do linii	90
31.	Styczna do linii określonej przez równania parametryczne	92
32.	Normalna do linii	94

VI. Zagadnienia dotyczące okręgu

33.	Równanie okręgu	95
34.	O przecięciu się okręgu z prostą. Styczna do okręgu	97
35.	Poszukiwanie okręgów spełniających dane warunki	102
36.	O przecięciu się dwóch okręgów	104
37.*	O potędze punktu względem okręgu. Okręgi ortogonalne	107
	Ćwiczenia	109

VII. Miejsca geometryczne

38.	Rozważania ogólne	111
39.	Przykłady metody bezpośredniej	111
40.	Metoda rugowania parametru	114
41.	Zagadnienia i przypadki szczególne rugowania	117
42.	Zagadnienia z dwoma parametrami	125
	Ćwiczenia	127

VIII. Badanie linii drugiego stopnia

43.	Symetria linii względem prostej i względem punktu	129
44.	Uwagi ogólne dotyczące linii drugiego stopnia	131
45.	Wyznaczanie środka i osi symetrii. Elipsa i hiperbola	133
46.	Badanie przypadku $B^2 - 4AC = 0$. Parabola	142
47.	Warunek zwyrodnienia linii	149
48.	O przecięciu się prostej z linią drugiego stopnia	151

49. Asymptoty hiperboli	157
50. Hiperbola równoosiowa	161
51. Parabola jako graniczne położenie punktów elipsy i hiperboli	163
52.* Dowód, iż linia drugiego stopnia jest jednobieżna	164
Przykłady i ćwiczenia	166

IX. Ogniska i kierownice linii drugiego stopnia

53. Określenie ogniska i kierownicy	168
54. Równanie linii drugiego stopnia we współrzędnych biegunowych	176

X. Własności szczególne elipsy

55. Elipsa i okrąg	180
56. Promienie wodzące elipsy	183
57. Styczna i normalna do elipsy	185
58. Zagadnienia dotyczące stycznej do elipsy	189
Ćwiczenia	197

XI. Własności szczególne hiperboli

59. Promienie wodzące hiperboli	199
60. Styczna i sieczna hiperboli	200
61. Zagadnienia	205
Ćwiczenia	208

XII. Własności szczególne paraboli

62. Własności stycznej do paraboli	210
63. Zagadnienia	213
Ćwiczenia	216

XIII. Średnice sprzężone

64. Średnica linii drugiego stopnia	217
65. Średnice sprzężone	219
66. Wyznaczanie osi symetrii linii	222
Ćwiczenia	224

XIV. Ogólna postać równania stycznej do linii drugiego stopnia.

Biegun i biegunowa

67. Styczna do linii drugiego stopnia	225
68.* Określenie biegunowej	227
Ćwiczenia	233

XV. O przecięciu się linii drugiego stopnia

69.	Rozważania ogólne	235
70.	Rodzina linii przechodzących przez punkty przecięcia dwóch linii danych	238
71.*	Ognisko jako punkt przecięcia stycznych izotropowych	241
	Cwiczenia	242

XVI. Twierdzenia Pascala i Brianchona

72.*	Twierdzenie Pascala	244
73.*	Twierdzenie Brianchona	247

XVII. Zagadnienia dotyczące linii drugiego stopnia

74.	Wyznaczanie linii drugiego stopnia spełniających dane warunki	248
75.	Miejsca geometryczne	256
	Cwiczenia	266

XVIII. Przekształcenia geometryczne

76.	Uwagi ogólne	271
77.	Jednokładność	271
78.	Przekształcenie przez promienie odwrotne	272
79.*	Linie spodkowe	278
80.*	Przekształcenie przez biegunową wzajemną	280
81.*	Przekształcenie rzutowe prostej	281
82.*	Przekształcenie rzutowe płaszczyzny (kolineacja)	287
	Cwiczenia	293

XIX. Linie cykliczne

83.	Określenie	294
84.	Cykloida	294
85.	Hipocykloida i epicykloida	296

CZĘŚĆ DRUGA**GEOMETRIA ANALITYCZNA W PRZESTRZENI****I. Współrzędne w przestrzeni**

1.	Współrzędne prostokątne	299
2.	Współrzędne biegunowe i walcowe	301

II. O wektorach w przestrzeni

3.	Kąty wektora z osiami i jego rzuty	303
4.	Położenie wektora względem osi współrzędnych	305
5.	Suma geometryczna wektorów	311
6.	Iloczyn skalarny dwóch wektorów i kąt między wektorami	313
7.	Iloczyn wektorowy dwóch wektorów	317
8.	Objętość równoległościanu	322

III. Zamiana współrzędnych prostokątnych

9.	Przypadek osi równoległych	324
10.	Dwa trójkątne dowolne	325

IV. O powierzchni i linii w przestrzeni

11.	Równanie powierzchni	329
12.	Równania linii w przestrzeni	333
13.	Równania parametryczne powierzchni	338

V. Płaszczyzna i prosta w przestrzeni

14.	Równanie płaszczyzny	341
15.	Kąt między płaszczyznami	345
16.	Prosta w przestrzeni	346
17.	Położenie prostej względem płaszczyzny	351
18.	Płaszczyzna przesunięta przez daną prostą	352

VI. Zagadnienia dotyczące płaszczyzny i prostej

19.	Przecięcie się trzech płaszczyzn i płaszczyzny z prostą	354
20.	Wyznaczanie płaszczyzn	355
21.	Zagadnienia dotyczące prostych	360
22.	Równanie płaszczyzny w postaci normalnej	366
23.*	Punkty urojone w przestrzeni	367
24.*	Współrzędne jednorodne i punkty w nieskończoności w przestrzeni	368
	Cwiczenia	370

VII. Zagadnienia dotyczące powierzchni kuli i okręgu w przestrzeni

25.	Zagadnienia dotyczące powierzchni kuli	373
26.	Okrąg w przestrzeni	377
	Cwiczenia	378

VIII. O powierzchniach utworzonych przez rodziny linii

27.	Rozważania ogólne	379
28.	Powierzchnie obrotowe	380

29. Powierzchnie stożkowe	384
30. Powierzchnie walcowe	388
31. Przykłady powierzchni prostoliniowych	389
Ćwiczenia	391

IX. Powierzchnie drugiego stopnia

32. Rozważania ogólne	393
33. Powierzchnie drugiego stopnia posiadające środek symetrii	396
34. Powierzchnie drugiego stopnia bez środka symetrii	405
35.* Poszukiwanie środka symetrii powierzchni drugiego stopnia	409
36.* O przebiegu prostą powierzchni drugiego stopnia	411
37.* Płaszczyzny średnicowe i średnice powierzchni	417
38.* Poszukiwanie osi i redukcja równania powierzchni posiadającej środek symetrii	430
Ćwiczenia	432

DODATEK

O wyznacznikach i równaniach liniowych

1. Przemiany	433
2. Określenie wyznacznika	436
3. Własności wyznacznika	439
4. Rozwinięcie wyznacznika na podwyznaczniki	442
5. Układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi	445
6. Dwa równania jednorodne z trzema niewiadomymi	449
7. Układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi	450
8. Układ trzech równań jednorodnych z trzema niewiadomymi	457
9. Układ trzech równań z dwiema niewiadomymi	461
10. Układ trzech równań jednorodnych z czterema niewiadomymi	463
11. Układ n równań liniowych z n niewiadomymi	465
Skorowidz	469

U w a g a. Ustępy opatrzone gwiazdką * są nieobowiązkowe dla słuchaczy kursu inżynierskiego.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

WYDZIAŁ ELEKTRYCZNY

Instytut

Warszawa, ul. Koszykowa 75