

Spis treści

Wstęp.....	IX
------------	----

Wykaz oznaczeń	XIII
----------------------	------

Elementarna teoria mnogości

1. Zbiory, relacje, funkcje.....	3
1.1. Zbiory.....	3
1.2. Relacje i funkcje.....	8
1.3. Relacje równoważności.....	16
Komentarze	18
2. Porządki.....	20
2.1. Zbiory uporządkowane i liniowo uporządkowane	20
2.2. Lemat Kuratowskiego-Zorna.....	28
2.3. Relacje dobrze porządkujące. Twierdzenie Zermelo	31
2.4. Porządek leksykograficzny.....	33
2.5. Przekroje Dedekinda	35
Komentarze	38
3. Zbiór liczb naturalnych i wymiernych	40
3.1. Liczby naturalne	40
3.2. Twierdzenie o definiowaniu przez indukcję.....	42
3.3. Działania w zbiorze liczb naturalnych	46
3.4. Liczby wymierne nieujemne	52
Komentarze.....	56
4. Ciało liczb rzeczywistych.....	58
4.1. Liczby rzeczywiste nieujemne	58
4.2. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych nieujemnych.....	59
4.3. Konstrukcja zbioru liczb rzeczywistych	64

5. Równoliczność	67
5.1. Równoliczność zbiorów	67
5.2. Zbiory skończone	72
5.3. Zbiory przeliczalne	80
5.4. Zbiory nieprzeliczalne	84
5.5. Charakteryzacja porządkowa zbioru liczb rzeczywistych	87
Komentarze	91

Aksjomatyczna teoria mnogości

6. Aksjomaty	97
6.1. Teoria mnogości jako teoria pierwszego rzędu	97
6.2. Aksjomaty teorii mnogości ZFC	99
Komentarze	105
7. Liczby porządkowe	107
7.1. Zbiory tranzytywne i liczby porządkowe	107
7.2. Liczba ω , liczby porządkowe skończone	112
7.3. Typy porządkowe zbiorów dobrze uporządkowanych	115
7.4. Rekursja pozaskończona i hierarchia zbiorów	118
7.5. Arytmetyka liczb porządkowych	126
Komentarze	139
8. Liczby kardynalne	141
8.1. Liczba kardynalna zbioru	141
8.2. Suma i iloczyn liczb kardynalnych	145
8.3. Liczby kardynalne regularne i singularne	150
8.4. Potęgowanie liczb kardynalnych	153
Komentarze	159
9. Własności kombinatoryczne zbiorów	163
9.1. Zbiory prawie rozłączne, luka Hausdorffa	163
9.2. Relacje podziałowe, twierdzenie Ramsey'a	172
9.3. Zbiory stacjonarne, twierdzenie Erdősa-Rado	180
9.4. Aksjomat Martina	187
Komentarze	192

Klasyczne konstrukcje teorii mnogości

10. Kraty	201
10.1. Kraty dystrybutywne	201
10.2. Homomorfizmy krat	206
10.3. Filtry i ideały	211
10.4. Kraty Boole'a	215
Komentarze	220

11. Topologie	227
11.1. Przestrzenie topologiczne	227
11.2. Przestrzenie metryczne.....	243
11.3. Przestrzenie zwarte.....	261
11.4. Produkty i kostki	271
11.5. Przestrzenie Stone'a.....	281
Komentarze.....	290
12. Drzewa	296
12.1. Drzewa a zbiory liniowo uporządkowane	296
12.2. Drzewa Aronszajna.....	300
12.3. Drzewa Suslina.....	304
Komentarze.....	308
13. Miary	311
13.1. Miara Lebesgue'a na prostej.....	311
13.2. Miary na ciałach	324
13.3. Miara a liczby kardynalne	329
Komentarze	336
14. Algebry Boole'a	342
14.1. Reprezentacje algebr Boole'a	342
14.2. Algebry zupełne, uzupełnienie algebr Boole'a	348
14.3. Algebry wolne, zbiory niezależne	352
14.4. Algebry ilorazowe.....	358
14.4.1. Algebra $P(\omega)/\text{Fin}$ w wszystkich podzbiorów zbioru liczb naturalnych modulo ideał zbiorów skończonych.....	359
14.4.2. Algebra zbiorów borelowskich modulo ideał zbiorów I kategorii.....	361
14.4.3. Algebra ilorazowa zbiorów borelowskich modulo ideał zbiorów miary zero	363
14.5. Miary na algebrach Boole'a	365
Komentarze	368
15. Teoria Ramseya.....	373
15.1. Półgrupy zwarte	373
15.2. Twierdzenie Hindmana.....	376
15.3. Twierdzenie Halesa-Jewetta i twierdzenie van der Waerdena	380
Komentarze.....	387

Wokół pewnika wyboru

16. Równoważne wersje pewnika wyboru	393
16.1. Wybór wielokrotny.....	393
16.2. Twierdzenie o istnieniu bazy w przestrzeni liniowej	395
16.3. Twierdzenie Tichonowa o produkcie	398
16.4. Twierdzenie Tarskiego o ultrafiltrze w kratkach.....	398
Komentarze	399

17. Słabsze wersje pewnika wyboru	402
17.1. Twierdzenie o ideale pierwszym.....	402
17.2. Zasada wyborów zależnych a przeliczalny pewnik wyboru	408
17.3. Aksjomat determinacji	415
Komentarze	427
18. Twierdzenie Banacha-Jarskiego	429
18.1. Zbiory paradoksalne.....	429
18.2. Twierdzenie Banacha-Tarskiego	435
Komentarze	439
Bibliografia	441
Skorowidz	443
Spis nazwisk	449