

SPIS RZECZY

Wstęp	13
Oznaczenia	14

CZĘŚĆ PIERWSZA ZAPIS STANÓW ODKSZTAŁCENIA I NAPRĘŻENIA

1. Zapis wskaźnikowy	22
1.1. Wprowadzenie	22
1.2. Zapis wskaźnikowy	22
1.2.1. Zapis jednowskaźnikowy	22
1.2.2. Zapis wielowskaźnikowy	23
1.2.3. Umowa sumacyjna	24
1.2.4. Rząd i wymiar wielkości wskaźnikowych	25
1.2.5. Szczególne symbole wskaźnikowe	26
1.3. Transformacja współrzędnych	26
1.3.1. Układy odniesienia	26
1.3.2. Transformacja wersorów bazy	27
1.3.3. Transformacja współrzędnych	28
1.4. Wielkości tensorowe	29
1.4.1. Pojęcie wielkości tensorowych	29
1.4.2. Transformacyjna definicja tensora	29
1.4.3. Rzutowa definicja tensora	30
1.4.4. Macierz transformacji a tensor	31
1.5. Algebra tensorów	31
1.5.1. Równość tensorów	31
1.5.2. Suma algebraiczna tensorów	32
1.5.3. Iloczyn zewnętrzny tensorów	32
1.5.4. Zwęzanie tensorów	33
1.5.5. Iloczyn wewnętrzny tensorów	33
1.5.6. Symetria i antysymetria tensora	33
1.6. Tensory symetryczne drugiego rzędu	34
1.6.1. Wartości główne i kierunki główne	34
1.6.2. Tensor w układzie osi głównych	35
1.6.3. Izotropowa część tensora	35
1.6.4. Dewiatorowa część tensora	36
1.7. Elementy analizy tensorowej	38
1.7.1. Funkcje tensorowe	38

1.7.2. Pola tensorowe	39
1.7.3. Różniczkowanie pól tensorowych	39
1.7.4. Całkowanie pól tensorowych	41
1.8. Pochodna zupełna całki objętościowej	42
2. Odształcenia	44
2.1. Wprowadzenie	44
2.2. Opis ruchu	44
2.2.1. Gradient wektora przemieszczenia	47
2.2.2. Gradient wektora przyrostu przemieszczenia	48
2.2.3. Interpretacja geometryczna składowych gradientu wektora przyrostu przemieszczenia	49
2.3. Przyrost odształcenia	52
2.3.1. Tensor przyrostu odształcenia	52
2.3.2. Tensor przyrostu sztywnego obrotu	53
2.3.3. Kierunki główne tensora przyrostu odształcenia	54
2.3.4. Przyrost składowych głównych odształcenia	55
2.3.5. Niezmienniki tensora przyrostu odształcenia	56
2.3.6. Izotropowa część tensora przyrostu odształcenia	57
2.3.7. Dewiatorowa część tensora przyrostu odształcenia	57
2.3.8. Niezmienniki dewiatora przyrostu odształcenia	57
2.4. Skalna reprezentacja odształcenia	58
2.4.1. Zastępcze odształcenie kątowe	59
2.4.2. Zastępcze odształcenie liniowe	60
2.4.3. Odształcenie oktaedryczne	61
2.5. Logarytmiczna miara odształcenia	62
2.5.1. Odształcenie logarytmiczne	62
2.5.2. Tensor odształcenia w mierze logarytmicznej	64
2.5.3. Część izotropowa tensora odształcenia	64
2.5.4. Część dewiatorowa tensora odształcenia	65
2.5.5. Zastępcze odształcenie kątowe miary logarytmicznej	65
2.5.6. Zastępcze odształcenie liniowe miary logarytmicznej	67
2.6. Przyrosty odształceń skończonych	68
2.7. Warunki nierozdzielności przyrostu odształcenia	68
2.8. Zapis we współrzędnych walcowych	69
2.8.1. Określenia	69
2.8.2. Składowe tensora przyrostu odształcenia	70
2.9. Zapis we współrzędnych sferycznych	71
2.9.1. Określenia	71
2.9.2. Składowe tensora przyrostu odształcenia	72
3. Prędkość odształcenia	74
3.1. Wprowadzenie	74
3.2. Prędkość przemieszczenia	74
3.2.1. Definicja prędkości przemieszczenia	74
3.2.2. Gradient wektora prędkości przemieszczenia	75
3.2.3. Interpretacja geometryczna	76
3.3. Prędkość odształcenia	78
3.3.1. Tensor prędkości odształcenia	78
3.3.2. Tensor prędkości sztywnego obrotu	79
3.3.3. Kierunki główne tensora prędkości odształcenia	79
3.3.4. Niezmienniki tensora prędkości odształcenia	80
3.3.5. Izotropowa część tensora prędkości odształcenia	80

3.3.6. Dewiatorowa część tensora prędkości odkształcenia	81
3.3.7. Niezmienniki dewiatora prędkości odkształcenia	81
3.4. Skalar na reprezentacja prędkości odkształcenia	82
3.4.1. Zastępcza prędkość odkształcenia kąowego	82
3.4.2. Zastępcza prędkość odkształcenia liniowego	82
3.5. Warunki zwartości prędkości odkształcenia	83
3.6. Opis we współrzędnych krzywoliniowych	84
3.6.1. Współrzędne walcowe	84
3.6.2. Współrzędne sferyczne	85
4. Napężenie	86
4.1. Wprowadzenie	86
4.2. Definicja napężenia	87
4.2.1. Wektor napężenia	87
4.2.2. Napężenia normalne i styczne	88
4.2.3. Składowe przestrzenne wektora napężenia	88
4.3. Stan napężenia	89
4.3.1. Tensor napężenia	89
4.3.2. Wektor napężenia przyporządkowany dowolnemu kierunkowi	90
4.3.3. Kierunki główne i składowe główne napężenia	92
4.3.4. Ortogonalność kierunków głównych	93
4.3.5. Składowe główne tensora napężenia	95
4.3.6. Niezmienniki tensora napężenia	95
4.3.7. Izotropowa część tensora napężenia	95
4.3.8. Dewiatorowa część tensora napężenia	96
4.3.9. Kierunki główne dewiatora napężenia	97
4.3.10. Niezmienniki dewiatora napężenia	98
4.4. Skalar na reprezentacja stanu napężenia	99
4.4.1. Zastępcze napężenie styczne	99
4.4.2. Zastępcze napężenie normalne	100
4.4.3. Maksymalne napężenie styczne	100
4.4.4. Napężenie oktaedryczne	102
4.5. Zapis we współrzędnych krzywoliniowych	103
4.5.1. Współrzędne walcowe	103
4.5.2. Współrzędne sferyczne	104

CZĘŚĆ DRUGA

MATEMATYCZNE MODELE METALI PLASTYCZNYCH

5. Modelowanie materiałów	106
5.1. Wprowadzenie	106
5.2. Modele materiałów	107
5.2.1. Myślowy model materiału	107
5.2.2. Fizyczny model materiału	107
5.2.3. Mechaniczny model materiału	108
5.2.4. Matematyczny model materiału	109
5.3. Modelowanie materiałów z zachowaniem podobieństwa	110
5.3.1. Podobieństwo materiałów w sensie mechanicznym	110
5.3.2. Identyfikacja materiałów	112
6. Model materiału liniowo sprężystego	114
6.1. Wprowadzenie	114
6.2. Prawo Hooke'a	115

6.2.1. Stałe materiałowe	116
6.2.2. Równoważne zapisy prawa Hooke'a	116
6.2.3. Interpretacja fizyczna stałych materiałowych	117
6.3. Szczególne przypadki stanów naprężenia	119
6.3.1. Płaski stan naprężenia	119
6.3.2. Płaski stan odkształcenia	120
6.4. Energia odkształcenia sprężystego	120
7. Model materiału idealnie plastycznego, izotropowego	121
7.1. Wprowadzenie	121
7.2. Uplastycznianie się materiału	122
7.3. Warunek plastyczności	123
7.3.1. Warunek plastyczności Hubera-Misesa	124
7.3.2. Interpretacja geometryczna warunku Hubera-Misesa	126
7.3.3. Warunek plastyczności Treski	128
7.3.4. Interpretacja geometryczna warunku Treski	130
7.3.5. Porównawcze zestawienie warunków Hubera-Misesa i Treski	131
7.4. Weryfikacja warunków plastyczności	133
7.4.1. Metodyka badań	133
7.4.2. Interpretacja wyników badań	134
7.4.3. Wpływ pośredniego naprężenia głównego	135
7.5. Prawo plastycznego płynięcia	136
7.5.1. Potencjał plastyczny	137
7.5.2. Stowarzyszone prawo płynięcia	137
7.5.3. Prawo płynięcia stowarzyszone z warunkiem plastyczności Hubera-Misesa	138
7.5.4. Szczególne przypadki	140
7.5.5. Parametr $d\lambda$ i λ	140
7.5.6. Prawo płynięcia stowarzyszone z nieciągłym warunkiem plastyczności	142
7.5.7. Prawo płynięcia stowarzyszone z warunkiem plastyczności Treski	143
7.5.8. Niestowarzyszone prawo płynięcia	143
7.6. Warunki obciążania i odciążania	144
7.7. Moc rozpraszana	146
7.8. Prawo sprężysto-plastycznego płynięcia	146
7.8.1. Część sprężysta	146
7.8.2. Część plastyczna	147
7.8.3. Prawo płynięcia sprężysto-plastycznego	147
7.8.4. Parametry $d\lambda$ i λ	149
8. Model materiału plastycznego ze wzmocnieniem	150
8.1. Wprowadzenie	150
8.2. Wzmocnienie izotropowe	152
8.2.1. Odkształceniowe wzmocnienie izotropowe	154
8.2.2. Energetyczne wzmocnienie izotropowe	155
8.2.3. Stowarzyszone prawo płynięcia	157
8.2.4. Warunki obciążania i odciążania	157
8.3. Wzmocnienie anizotropowe	159
8.3.1. Efekt Bauschingera	159
8.3.2. Wzmocnienie kinematyczne	160
8.3.3. Warunek plastyczności Hubera-Misesa	161
8.3.4. Warunek plastyczności Treski	162
8.3.5. Stowarzyszone prawo płynięcia	163
8.3.6. Modyfikacja opisu wzmocnienia kinematycznego	163
8.4. Wzmocnienie mieszane	164

9. Model materiału plastycznie anizotropowego	166
9.1. Wprowadzenie	166
9.2. Uplastycznianie materiałów anizotropowych	166
9.3. Uplastycznianie materiałów ortotropowych	167
9.4. Uplastycznianie cienkich płyt ortotropowych	168
9.5. Uplastycznianie cienkich płyt o anizotropii normalnej	169
9.6. Naprężeniowy opis ortotropii	170
9.6.1. Naprężeniowa interpretacja modułów ortotropii	170
9.6.2. Modyfikacja zapisu warunku plastyczności Misesa	171
9.6.3. Naprężeniowe wskaźniki ortotropii	171
9.6.4. Wskaźnikowy zapis warunku plastyczności Misesa	172
9.6.5. Interpretacja geometryczna warunku plastyczności Misesa	172
9.6.6. Stowarzyszone prawo płynięcia płyt ortotropowych	175
9.6.7. Stowarzyszone prawo płynięcia płyt z anizotropią normalną	176
9.6.8. Odształcenie zastępcze płyt ortotropowych	176
9.6.9. Odształcenie zastępcze płyt o anizotropii normalnej	177
9.7. Odształceniowy opis ortotropii	177
9.7.1. Odształceniowe wskaźniki ortotropii	177
9.7.2. Odształceniowy wskaźnik anizotropii normalnej	178
9.7.3. Związki między naprężeniowymi i odształceniowymi wskaźnikami ortotropii	179
9.7.4. Warunek plastyczności Hilla dla płyt ortotropowych	182
9.7.5. Interpretacja geometryczna warunku plastyczności Hilla	182
9.7.6. Prawo płynięcia stowarzyszone z warunkiem plastyczności Hilla dla płyt ortotropowych	183
9.7.7. Prawo płynięcia stowarzyszone z warunkiem plastyczności Hilla dla płyt o anizotropii normalnej	184
9.7.8. Zastępcze odształcenie liniowe	184
9.7.9. Zmodyfikowany warunek plastyczności Hilla	185
9.7.10. Prawo płynięcia stowarzyszone ze zmodyfikowanym warunkiem plastyczności Hilla	187
10. O parametrach materiałowych płyt ortotropowych	188
10.1. Wprowadzenie	188
10.2. Parametry opisu naprężeniowego	188
10.2.1. Materiały idealnie plastyczne	189
10.2.2. Materiały ze wzmocnieniem	189
10.3. Parametry opisu odształceniowego	191
10.3.1. Materiały idealnie plastyczne	192
10.3.2. Materiały ze wzmocnieniem	192
10.4. Wyznaczanie wskaźników ortotropii	192
10.4.1. Próba jednoosiowego rozciągania	192
10.4.2. Próba osiowego ściskania krążków	193
10.4.3. Próba hydraulicznego wypuklania	195
10.4.4. Próba zgniatania w płaskim stanie odształcenia	197
10.5. Badania porównawcze	201
10.5.1. Warunek plastyczności Hubera–Misesa	201
10.5.2. Warunek plastyczności Hilla	202
10.5.3. Warunek plastyczności Misesa	203
10.5.4. Zmodyfikowany warunek plastyczności Hilla	204
10.5.5. Porównanie wyników	204
11. Pełzanie metali	205
11.1. Wprowadzenie	205

11.2. Krzywa pełzania	206
11.3. Stosowane teorie pełzania	207
11.3.1. Teoria płynięcia	207
11.3.2. Teoria starzenia	208
11.3.3. Teoria wzmocnienia	210
11.3.4. Teoria Nadaia	211
11.4. Teoria Boltzmann	212
11.4.1. Zjawisko pełzania	212
11.4.2. Zjawisko relaksacji	215
11.4.3. Pełzanie i relaksacja	218
11.5. Teoria dziedziczenia w obróbce plastycznej metali	219
11.6. Teoria płynięcia a pełzanie	221
12. Model materiału lepko-plastycznego	223
12.1. Wprowadzenie	223
12.2. Wyniki badań doświadczalnych	224
12.3. Uplastycznianie materiału lepko-plastycznego	229
12.3.1. Warunek uplastyczniania materiału lepko-plastycznego	229
12.3.2. Warunki obciążania i odciażania	229
12.4. Płynięcie materiału lepko-plastycznego	230
12.4.1. Prawo płynięcia	230
12.4.2. Dynamiczny warunek plastyczności	233
12.4.3. Interpretacja geometryczna	234
12.4.4. Funkcja Φ	236
12.5. Opis wyników doświadczalnych	236
13. Wpływ temperatury na opis materiału	240
13.1. Wprowadzenie	240
13.2. Wpływ temperatury na opis materiału liniowo sprężystego	243
13.3. Wpływ temperatury na opis materiału plastycznego	244
13.3.1. Materiał idealnie plastyczny	244
13.3.2. Materiał plastyczny ze wzmocnieniem	246
13.3.3. Warunki obciążania i odciażania	247
13.4. Wpływ temperatury na opis materiału pełzającego	248
13.5. Wpływ temperatury na opis materiału lepko-plastycznego	248
14. Wpływ historii odkształcania na uplastycznianie metali	253
14.1. Wprowadzenie	253
14.2. Zjawisko nawrotu	253
14.3. Funkcyjny zapis naprężenia uplastyczniającego	255
14.4. Funkcjonal naprężenia uplastyczniającego	256
14.4.1. Doświadczalne wyznaczanie jądra	258
14.4.2. Wpływ prędkości odkształcania	260

CZĘŚĆ TRZECIA

ZASADY I POSTULATY PLASTYCZNEGO PŁYNIĘCIA

15. Wybrane zasady mechaniki plastycznego płynięcia	264
15.1. Wprowadzenie	264
15.2. Energia i moc odkształcania plastycznego	264
15.2.1. Energia odkształcania plastycznego	264
15.2.2. Moc odkształcania plastycznego	266
15.3. Zasada największej mocy rozpraszanej	268
15.4. Prawa zachowania	269

15.4.1. Zasada zachowania masy	269
15.4.2. Zasada zachowania pędu	271
15.4.2.1. Równania ruchu hydrostatycznego	272
15.4.2.2. Równania ruchu stacjonarnego	272
15.4.2.3. Równania ruchu beztransportowego	272
15.4.2.4. Zapis równań we współrzędnych walcowych	273
15.4.2.5. Zapis równań we współrzędnych sferycznych	274
15.4.3. Zasada zachowania krętu	275
15.5. Pierwsza zasada termodynamiki	276
15.5.1. Zasada zachowania energii mechanicznej	276
15.5.2. Zasada zachowania energii cieplnej	277
16. Twierdzenia ekstremalne	280
16.1. Wprowadzenie	280
16.2. Nieciągłości	280
16.2.1. Nieciągłości naprężenia	280
16.2.2. Nieciągłości prędkości przemieszczenia	283
16.3. Zasada mocy przygotowanych	285
16.3.1. Zasada mocy przygotowanych dla obszarów ciągłych	285
16.3.2. Zasada mocy przygotowanych dla obszarów z nieciągłościami	287
16.3.2.1. Wpływ nieciągłości naprężenia	287
16.3.2.2. Wpływ nieciągłości prędkości przemieszczenia	289
16.4. Zasady ekstremalne	289
16.4.1. Twierdzenie o ocenie dolnej	290
16.4.2. Twierdzenie o ocenie górnej	292
16.5. Modyfikacja zasad ekstremalnych	294
16.5.1. Wpływ sił bezwładności	294
16.5.2. Wpływ tarcia	295
16.5.3. Wpływ prędkości odkształcenia	296
16.5.4. Wpływ odkształcenia plastycznego	300
17. Stateczność materiału	302
17.1. Wprowadzenie	302
17.2. Jednowymiarowy stan naprężenia	302
17.3. Złożone stany naprężenia	304
17.4. Cykl naprężenia	304
17.5. Wypukłość powierzchni plastyczności	306
18. Model matematyczny procesu plastycznego płynięcia	308
18.1. Wprowadzenie	308
18.2. Układ równań opisujących proces plastycznego płynięcia	309
18.3. Warunki graniczne	311
18.3.1. Warunki brzegowe	311
18.3.2. Warunki początkowe	314
18.4. O jednoznaczności rozwiązania	315
18.5. Uproszczenia w opisie modeli matematycznych	317
Bibliografia	318

Wartość początkowa wektora $\mathbf{v}$ charakteryzujący stany początkowe.