

# SPIS TREŚCI

<b>PRZEDMOWA</b> .....	13
<b>CZĘŚĆ I. ALGEBRA ZBIORÓW</b> .....	15
<b>ROZDZIAŁ 1. ZBIORY</b> .....	15
1.1. Oznaczenia i określenia .....	15
1.2. Działania na zbiorach .....	17
1.3. Klasa zbiorów. Iloczyn kartezjański zbiorów .....	20
1.4. Pytania .....	22
1.5. Zadania .....	22
1.6. Odpowiedzi .....	23
<b>ROZDZIAŁ 2. RELACJE</b> .....	25
2.1. Określenia i przykłady relacji .....	25
2.2. Relacje równoważności .....	30
2.3. Relacje porządkujące .....	32
2.4. Pytania .....	36
2.5. Zadania .....	36
2.6. Odpowiedzi .....	36
<b>ROZDZIAŁ 3. ODWZOROWANIA</b> .....	41
3.1. Określenie i przykłady odwzorowań .....	41
3.2. Obraz i przeciwobraz .....	47
3.3. Superpozycja odwzorowań. Odwzorowanie odwrotne .....	50
3.4. Indeksowana rodzina zbiorów. Działania uogólnione .....	56
3.5. Moc zbiorów .....	58
3.6. Pytania .....	61
3.7. Zadania .....	62
3.8. Odpowiedzi .....	62
<b>CZĘŚĆ II. ELEMENTY ALGEBRY LINIOWEJ</b> .....	65
<b>ROZDZIAŁ 1. MACIERZE I WYZNACZNIKI</b> .....	65
1.1. Wyznaczniki .....	65
1.2. Algebra macierzy .....	70
1.3. Rząd macierzy .....	73
1.4. Układ równań liniowych .....	74
1.5. Pytania .....	79
1.6. Zadania .....	79
1.7. Odpowiedzi .....	83

ROZDZIAŁ 2. ZASTOSOWANIE RACHUNKU MACIERZOWEGO W EKONOMII .....	85
2.1. Modele ekonomiczne. Składniki modelu matematycznego .....	85
2.2. Znaczenie równowagi .....	87
2.3. Częściowa równowaga rynkowa — model liniowy .....	88
2.4. Pytania .....	91
2.5. Zadania .....	91
2.6. Odpowiedzi .....	91
2.7. Ogólna równowaga rynkowa. ....	92
2.8. Równania w analizie dochodu narodowego .....	93
2.9. Pytania .....	95
2.10. Zadania .....	95
2.11. Odpowiedzi .....	95
2.12. Zastosowanie rachunku macierzowego do modeli rynku i dochodu narodowego .....	96
2.13. Modele nakładów i wyników Leontiewa .....	98
2.14. Pytania .....	105
2.15. Zadania .....	105
2.16. Odpowiedzi .....	106
ROZDZIAŁ 3. PODSTAWOWE POJĘCIA PRZESTRZENI WEKTOROWEJ ..	108
3.1. Określenie i własności przestrzeni wektorowej .....	108
3.2. Podprzestrzenie wektorowe. Suma i iloczyn podprzestrzeni .....	110
3.3. Liniowa zależność i niezależność układu wektorów .....	112
3.4. Baza i wymiar przestrzeni wektorowej .....	116
3.5. Macierz przejścia. Zmiana współrzędnych wektora przy zmianie bazy ....	121
3.6. Przestrzeń euklidesowa .....	124
3.7. Układy ortogonalne .....	126
3.8. Wektory w przestrzeni dwuwymiarowej i trójwymiarowej .....	129
3.9. Pytania .....	131
3.10. Zadania .....	132
3.11. Odpowiedzi .....	134
<b>CZEŚĆ III. CIĄGI I SZEREGI LICZBOWE .....</b>	<b>137</b>
ROZDZIAŁ 1. CIĄGI LICZBOWE .....	137
1.1. Ciąg liczbowy i jego granica .....	137
1.2. Działania na ciągach i ich granicach. Symbole nieoznaczone .....	145
1.3. Warunki zbieżności ciągu .....	147
1.4. Liczba $e = 2,718281$ .....	150
1.5. Pytania .....	151

1.6. Zadania .....	151
1.7. Odpowiedzi .....	153
1.8. Ekonomiczna interpretacja liczby $e$ .....	154
1.9. Pytania .....	159
1.10. Zadania .....	159
1.11. Odpowiedzi .....	160
<b>ROZDZIAŁ 2. SZEREGI LICZBOWE</b> .....	161
2.1. Szereg liczbowy i jego suma .....	161
2.2. Kryteria zbieżności szeregu .....	162
2.3. Pytania .....	166
2.4. Zadania .....	167
2.5. Odpowiedzi .....	168
<b>CZĘŚĆ IV. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ I FUNKCJI DWÓCH ZMIENNYCH</b> .....	171
<b>ROZDZIAŁ 1. POJĘCIE FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ</b> .....	171
1.1. Funkcja, dziedzina, przeciwdziedzina .....	171
1.2. Funkcje różnowartościowe i odwrotne .....	173
1.3. Własności funkcji .....	178
1.4. Granica funkcji .....	180
1.5. Warunki istnienia granicy. Rachunek granic niewłaściwych .....	188
1.6. Ciągłość funkcji .....	190
1.7. Własności funkcji ciągłych .....	193
1.8. Pytania .....	196
1.9. Zadania .....	197
1.10. Odpowiedzi .....	198
<b>ROZDZIAŁ 2. POCHODNE FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ</b> .....	200
2.1. Pochodna funkcji .....	200
2.2. Różniczka .....	206
2.3. Twierdzenia Rolle'a, Lagrange'a i Taylora .....	207
2.4. Twierdzenie de l'Hospitala .....	210
2.5. Ekstrema funkcji .....	212
2.6. Wklęsłość i wypukłość. Punkt przegięcia. Tempo zmian wartości funkcji ..	216
2.7. Asymptoty .....	219
2.8. Badanie funkcji .....	220
2.9. Pytania .....	228
2.10. Zadania .....	229
2.11. Odpowiedzi .....	231

ROZDZIAŁ 3. EKONOMICZNA INTERPRETACJA POCHODNEJ FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ .....	235
3.1. Tempo wzrostu funkcji i jego interpretacja ekonomiczna .....	235
3.2. Interpretacja ekonomiczna pochodnej .....	236
3.3. Ekonomiczny sens elastyczności .....	246
3.4. Pytania .....	253
3.5. Zadania .....	254
3.6. Odpowiedzi .....	255
3.7. Badanie funkcji ekonomicznych .....	258
3.8. Krzywa (funkcja) logistyczna .....	264
3.9. Pytania .....	269
3.10. Zadania .....	269
3.11. Odpowiedzi .....	270
ROZDZIAŁ 4. FUNKCJE DWÓCH ZMIENNYCH .....	273
4.1. Określenie funkcji dwóch zmiennych i wielu zmiennych .....	273
4.2. Granica funkcji dwóch zmiennych .....	276
4.3. Ciągłość funkcji dwóch zmiennych .....	280
4.4. Pochodne cząstkowe funkcji dwóch zmiennych .....	281
4.5. Różniczkowalność funkcji. Różniczka zupełna .....	285
4.6. Ekstremum funkcji dwóch zmiennych .....	286
4.7. Formy liniowe i kwadratowe dwóch zmiennych .....	286
4.8. Pytania .....	292
4.9. Zadania .....	293
4.10. Odpowiedzi .....	294
4.11. Zastosowanie funkcji dwóch zmiennych w ekonomii .....	295
4.12. Pytania .....	300
4.13. Zadania .....	300
4.14. Odpowiedzi .....	301
4.15. Optymalizacja przy warunkach w postaci równań .....	301
4.16. Ekstremum warunkowe funkcji dwóch zmiennych .....	303
4.17. Pytania .....	314
4.18. Zadania .....	314
4.19. Odpowiedzi .....	315
ROZDZIAŁ 5. FUNKCJE TRZECH I WIELU ZMIENNYCH .....	318
5.1. Funkcje trzech zmiennych .....	318
5.2. Formy liniowe i kwadratowe trzech zmiennych .....	319
5.3. Pochodne cząstkowe i różniczki funkcji trzech zmiennych .....	320
5.4. Ekstremum funkcji trzech zmiennych .....	325
5.5. Ekstremum warunkowe funkcji trzech zmiennych (warunki wystarczające) .....	329

5.6. Pytania .....	332
5.7. Zadania .....	333
5.8. Odpowiedzi .....	334
5.9. Funkcje $n$ zmiennych .....	336
5.10. Ekstremum funkcji $n$ zmiennych .....	342
5.11. Ekstremum warunkowe funkcji $n$ zmiennych .....	343
5.12. Pytania .....	346
5.13. Zadania .....	346
5.14. Odpowiedzi .....	347
5.15. Funkcje jednorodne .....	349
5.16. Pytania .....	354
5.17. Zadania .....	355
5.18. Odpowiedzi .....	355
<b>CZĘŚĆ V. RACHUNEK CAŁKOWY .....</b>	<b>357</b>
<b>ROZDZIAŁ 1. RACHUNEK CAŁKOWY FUNKCJI JEDNEJ</b>	
<b>ZMIENNEJ .....</b>	<b>357</b>
1.1. Funkcja pierwotna i całka nieoznaczona .....	357
1.2. Całkowanie przez części i podstawianie .....	359
1.3. Całkowanie funkcji wymiernych .....	361
1.4. Całka oznaczona .....	364
1.5. Całki niewłaściwe .....	368
1.6. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek .....	372
1.7. Pytania .....	377
1.8. Zadania .....	377
1.9. Odpowiedzi .....	377
<b>ROZDZIAŁ 2. EKONOMICZNE ZASTOSOWANIA RACHUNKU</b>	
<b>CAŁKOWEGO FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ .....</b>	<b>379</b>
2.1. Ekonomiczne zastosowania całek nieoznaczonych .....	379
2.2. Ekonomiczne zastosowania całek oznaczonych i niewłaściwych .....	381
2.3. Pytania .....	392
2.4. Zadania .....	392
2.5. Odpowiedzi .....	393
<b>CZĘŚĆ VI. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE ZWYCZAJNE .....</b>	<b>397</b>
<b>ROZDZIAŁ 1. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE PIERWSZEGO RZĘDU .....</b>	<b>397</b>
1.1. Przykłady zagadnień ekonomicznych prowadzących do równań różniczkowych pierwszego rzędu .....	397
1.2. Ogólna teoria równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu .....	403
1.3. Równania różniczkowe liniowe pierwszego rzędu .....	406

1.4. Równania Bernoulli'ego .....	410
1.5. Równanie różniczkowe zupełne .....	412
1.6. Pytania .....	415
1.7. Zadania .....	415
1.8. Odpowiedzi .....	417
<b>ROZDZIAŁ 2. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE DRUGIEGO RZĘDU .....</b>	<b>419</b>
2.1. Ekonomiczne zagadnienia prowadzące do równań różniczkowych drugiego rzędu .....	419
2.2. Równania różniczkowe liniowe drugiego rzędu sprowadzalne do równań różniczkowych pierwszego rzędu .....	423
2.3. Równania różniczkowe liniowe drugiego rzędu .....	423
2.4. Równania różniczkowe liniowe drugiego rzędu o stałych współczynnikach .....	428
2.5. Pytania .....	438
2.6. Zadania .....	438
2.7. Odpowiedzi .....	439
<b>CZĘŚĆ VII. RÓWNANIA RÓŻNICOWE PIERWSZEGO RZĘDU</b>	
<b>I ELEMENTY MATEMATYKI FINANSOWEJ .....</b>	<b>441</b>
<b>ROZDZIAŁ 1. RÓWNANIA RÓŻNICOWE PIERWSZEGO RZĘDU .....</b>	<b>441</b>
1.1. Wprowadzenie .....	441
1.2. Równania różnicowe pierwszego rzędu .....	442
1.3. Pytania .....	446
1.4. Zadania .....	446
1.5. Odpowiedzi .....	446
1.6. Modele ekonomiczne rynku dla jednego dobra .....	446
1.7. Pytania .....	449
1.8. Zadania .....	450
1.9. Odpowiedzi .....	450
<b>ROZDZIAŁ 2. ELEMENTY MATEMATYKI FINANSOWEJ .....</b>	<b>451</b>
2.1. Procenty i ich zastosowania .....	451
2.2. Pytania .....	452
2.3. Zadania .....	452
2.4. Odpowiedzi .....	453
2.5. Uwagi wstępne o oprocentowaniu i dyskontowaniu .....	453
2.6. Rachunek odsetkowy .....	453
2.7. Oprocentowanie składane — przyszła wartość pieniądza. Oprocentowanie ciągle .....	457
2.8. Obecna wartość pieniądza .....	461
2.9. Pytania .....	463

---

2.10. Zadania .....	464
2.11. Odpowiedzi .....	464
<b>DODATEK. GEOMETRIA ANALITYCZNA .....</b>	<b>465</b>
1. Układ współrzędnych .....	465
2. Wektory w przestrzeni euklidesowej trójwymiarowej .....	469
3. Płaszczyzna w przestrzeni .....	474
3.1. Pytania .....	483
3.2. Zadania .....	483
3.3. Odpowiedzi .....	484
4. Prosta na płaszczyźnie .....	484
4.1. Pytania .....	486
4.2. Zadania .....	486
4.3. Odpowiedzi .....	487
5. Linia prosta w przestrzeni trójwymiarowej .....	487
5.1. Pytania .....	495
5.2. Zadania .....	495
5.3. Odpowiedzi .....	497
LITERATURA .....	499
SKOROWIDZ .....	500
MATEMATYKA DLA EKONOMISTÓW. STRESZCZENIE .....	503
MATHEMATICS FOR ECONOMISTS. SUMMARY .....	504